$$U = \sqrt{2}\,\pi f \Phi_m N$$

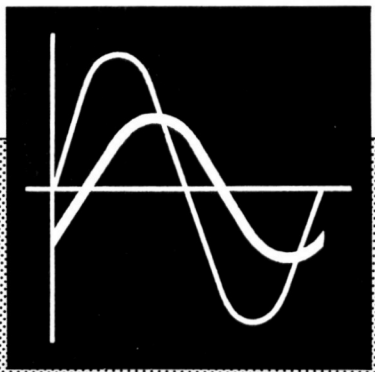
$$F = \frac{1}{2}\,\frac{B^2}{\mu_r \cdot \mu_0}\,S$$

$$P = NBIl\pi Dn$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_c = \omega UC$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}\,U\cos\varphi}$$



HUBERT MELUZIN

VJEŽBE I ZADACI IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

Hubert Meluzin

VJEŽBE I ZADACI IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

Svezak drugi

Naslov originala

Hubert Meluzin

ZÁKLADNÉ ELEKTROTECHNICKÉ VÝPOČTY II.

ALFA
VYDAVATELSTVO TECHNICKEJ A EKONOMICKEJ LITERATÚRY
BRATISLAVA

Hubert Meluzin

VJEŽBE I ZADACI
IZ
OSNOVA ELEKTROTEHNIKE

Svezak drugi
4. popravljeno izdanje

Sa slovačkog preveo
Zvonko Vistrička

TEHNIČKA KNJIGA
ZAGREB

Znak: 8902 S

Izdanje:
HUBERT MELUZIN
VJEŽBE I ZADACI IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE
Svezak drugi, četvrto popravljeno izdanje

Izdavač:
Izdavačka radna organizacija
TEHNIČKA KNJIGA
Zagreb, Jurišićeva 10

Za izdavača odgovara:
ZVONKO VISTRIČKA

Urednik izdanja:
SREĆKO ŠOŠTARIĆ

Stručni recenzent:
ŽELJKO HORVATIĆ

Tisak:
BIROGRAFIKA – Subotica

Tiskano u 3000 primjeraka

Tisak dovršen:
U SIJEČNJU, 1989.

© HUBERT MELUZIN, 1965.
© prijevoda: ZVONKO VISTRIČKA, 1968.

YU ISBN 86-7059-79-4

PREDGOVOR

Ovo četvrto izdanje izlazi uz neke popravke kojima je bio cilj da se poneki zadatak ili pojašnjenje učini još razumljivijim.

Budući da ovo djelo zajedno sa prvim sveskom i knjigom istoga autora „Elektrotehnika na lak način u 1054 pitanja i odgovora te 1009 slika", koju je Republički komitet za prosvjetu, kulturu, fizičku i tehničku kulturu SRH, odobrio kao literaturu za usmjereno obrazovanje u elektrotehničkoj struci i u ostalim strukama u kojima se izučava predmet Elektrotehnika, čini jedinstvenu cjelinu, đacima ponovno pružamo materiju koja im znatno olakšava savladavanje predmeta, a autoru Hubertu Meluzinu, nestoru slovačke elektrotehnike dar uz njegov skori osamdeseti rođendan.

Izdavač

Zagreb, siječnja 1989.

PREDGOVOR PRVOM IZDANJU

Ovaj drugi svezak, u kojem je obrađeno područje izmjeničnih struja, zajedno sa već ranije izdatim prvim sveskom, u kojem su obrađeni problemi s područja istosmjerne struje, jedna je cjelina i pokriva gotovo čitavo područje vezano uz izučavanje predmeta osnovi elektrotehnike.

Načelne postavke koje su upućivale izdavača da objavljuje ovakva djela i koje su detaljnije iznijete u predgovoru prvom svesku vrijede, naravno, i za ovaj svezak.

I u ovome svesku dosljedno je, za razliku od slovačkog originala, primijenjen Međunarodni sistem jedinica (SI), primjeri usklađeni jugoslavenskoj praksi, crteži izrađeni u skladu s našim standardima i konačno, ispušteni su neki primjeri koji su se ponavljali ili oni za koje sam smatrao da nisu najneophodniji. Kao i ranije i na ovom djelu je urednik Biblioteke M. Brezinšćak savjesno obavio posao stručnog redaktora, na čemu sam mu veoma zahvalan.

Uvjeren sam da će i ovaj drugi svezak korisnici prihvatiti kao i prvi, te da će im u savladavanju gradiva iz osnova elektrotehnike biti dragocjena pomoć.

Z. Vistrička

SADRŽAJ

Stranica

Elektromagnetizam

1. Jakost magnetskog polja 9
2. Gustoća magnetskog toka (magnetska indukcija) i magnetski tok 14
3. Magnetski krug 25
4. Nosivost elektromagneta 38

Učinci elektromagnetskih sila

5. Sila između dva vodiča kojima teku struje 49
6. Sila na vodič kojim teče struja u magnetskom polju 53

Elektromagnetska indukcija

7. Induciranje napona 61
8. Samoindukcija..... 70
9. Induciranje napona u dinamu..... 79
10. Inducirani napon u istosmjernom motoru 86

Jednofazna struja

11. Nastanak i vrijednost induciranog jednofaznog napona..... 91
12. Rješavanje jednostavnih električkih krugova pri izmjeničnoj struji 105
13. Izračunavanje složenih električkih krugova pri izmjeničnoj struji 115
14. Rješavanje krugova s više elemenata (otpora) pri izmjeničnoj struji 137
15. Izračunavanje rezonantnih krugova 146
16. Snaga jednofazne struje 161

Trofazna struja

17. Izračunavanje faznih i linijskih veličina trofazne struje..... 172
18. Izračunavanje snaga trofazne struje 179

Poboljšanje faktora snage $\cos \varphi$

19. Izračunavanje poboljšanja faktora snage $\cos \varphi$ jednofazne mreže..... 192
20. Izračunavanje poboljšanja faktora snage $\cos \varphi$ trofazne mreže..... 201

Stranica

Proračun prigušnice

21. Prigušnica sa željeznom jezgrom bez zračnog raspora 207
22. Prigušnica sa željeznom jezgrom i zračnim rasporom 223

Proračun transformatora

23. Izračunavanje električkih veličina transformatora 231
24. Proračun glavnih dimenzija i podataka malih jednofaznih transformatora 250

Proračun vodova

25. Izračunavanje električnih veličina pri jednofaznoj struji..... 255
26. Izračunavanje električnih veličina za trofaznu struju..... 259

Literatura..... 263

ELEKTROMAGNETIZAM

1. Jakost magnetskog polja

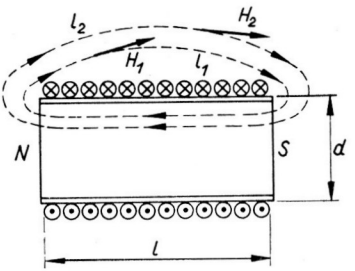
Magnetski napon

Pravila i formule

Elektromagnetizam je magnetizam uzrokovan električnom strujom. Elektrika u kretanju (struja) uzrokuje *magnetsko polje*. Magnetizam magneta, kao i elektromagnetizam vodiča (kroz koji teče struja), pojava je koju stvara gibanje elektrona. Prostor u kojem se magnetizam i elektromagnetizam manifestira nazivamo magnetskim poljem.

Magnetsko polje permanentnog magneta djeluje na vodič kojim teče struja stanovitom *silom*. *Jakost magnetskog polja* analogna je mehaničkoj sili; to je vektorska veličina pa ima vrijednost i smjer.

Strelice magnetskih silnica pokazuju smjer jakosti magnetskog polja, tj. smjer međusobnog djelovanja (sile) dvaju magnetskih polja. Magnetsko polje, tj. prostor oko magneta (zavojnice) zamišljamo ispunjenim silnicama, koje možemo predočiti piljevinom željeza ili magnetićima. Sjeverni pol magneta (kompasa) pokazuje smjer jakosti magnetskog polja (sl. 1-1).



Slika 1-1

Jakost magnetskog polja je najveća tamo, gdje je najveća gustoća silnica: na polovima magneta, odnosno unutar zavojnice.

Magnetsko polje oko vodiča i u zavojnici je to jače što je veća struja I i što je veći broj zavoja N zavojnice, tj. ovisi o umnošku $I \cdot N$.

Jakost magnetskog polja H na bilo kojoj silnici je to veća što je veći umnožak $I \cdot N$, a duljina pripadne silnice l manja

$$H = \frac{I \cdot N}{l}.$$

Iz jednadžbe razabiremo da je *jedinica* jakosti magnetskog polja u sistemu jedinica SI* *amper po metru* (A/m).

Za svaku silnicu elektromagneta je umnožak $H_1 \cdot l_1 = H_2 \cdot l_2 = \ldots = H \cdot l = I \cdot N$ jednak (sl. 1-1).

Izraz $H \cdot l$ ima u magnetizmu slično značenje kao napon u elektrotehnici, pa se zbog toga naziva *magnetski napon* F_m

$$F_m = H \cdot l = I \cdot N.$$

Magnetski napon F_m mjerimo jedinicom amper. U tehničkoj praksi ponekad upotrebljavamo, umjesto naziva amper, naziv amperzavoj (Az), čime se ističe da F_m ovisi o struji i broju zavoja. (Na sl. 1-1 vidimo presjek zavojnice koja ima 12 zavoja, pa je pri struji, od recimo, 2 A magnetski napon $F_m = I \cdot N = 2\,\text{A} \cdot 12 = 24\,\text{A} = 24$ amperzavoja, što djeluje jednako kao 1 zavoj kojim teče struja jakosti 24 A. Tako je 24 Az = 24 A.)

Pri cilindričnoj zavojnici bez feromagnetske jezgre koja ima mnogo veću duljinu l od promjera d ($l \gg d$), možemo magnetsko polje unutar zavojnice smatrati *homogenim*, tj. jakost polja H jednaka je u cijelom prostoru zavojnice (sl. 1-1). Zbog pojednostavnjenja računanja magnetsko polje izvan zavojnice možemo zanemariti (smatrati ga jednakim nuli), dok kao ukupnu dužinu silnice uzimamo samo dužinu zavojnice l.

Polaritet magnetskog polja zavojnice odredujemo ovako: ako prsti desne ruke pokazuju smjer struje u zavojima, palac nam pokazuje sjeverni pol.

Vježbe

1 Zavojnica ima 2000 zavoja i njome teče struja 3 A. Koliki je magnetski napon?

$$F_m = I \cdot N = 3\,\text{A} \cdot 2000 = 6000\,\text{A}\ (= 6000\,\text{Az}).$$

Zavojnica ima 6000 amperzavoja.

2 Potrebno je da zavojnica sa 2500 zavoja ima magnetski napon 10 000 A. Koliko jaka mora biti struja koja teče zavojnicom?

$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{10\,000\,\text{A}}{2500} = 4\,\text{A}.$$

---

* O mjernim jedinicama i računanju s njima vidi knjigu M. Brežinšćak: »Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti«, Tehnička knjiga, Zagreb (primjedba prevodioca).

3 Zavojnicom teče struja magnetiziranja $I=2$ A. Potreban je magnetski napon 8000 A. Koliko zavoja mora imati zavojnica?

$$N=\frac{F_m}{I}=\frac{8000\text{ A}}{2\text{ A}}=4000 \text{ zavoja.}$$

4 Unutar zavojnice, duljine 10 cm, koja ima 100 zavoja, potrebna je jakost magnetskog polja $H=4000$ A/m. Kolika mora biti jakost struje koja teče zavojnicom?

Magnetski napon je:

$$F_m=H\cdot l=I\cdot N \qquad I=\frac{H\cdot l}{N}$$

$$I=\frac{4000\frac{\text{A}}{\text{m}}\,10\text{ cm}}{100}=\frac{4000\text{ A}\cdot 0{,}1}{100}=4\text{ A.}$$

5 Zavojnica (solenoid) ima promjer $d=20$ mm, a duljinu $l=10$ cm. Zavoji zavojnice su od bakrene žice promjera $d_1=0{,}4$ mm. Kolika će biti jakost magnetskog polja unutar zavojnice, ako je ona priključena na napon 4,5 V?

Broj zavoja, ne računajući izolaciju, iznosi:

$$N=l:d_1=100\text{ mm}:0{,}4\text{ mm}=250.$$

Duljina zavoja iznosi: $\pi d=3{,}14\cdot 0{,}02\text{ m}=0{,}0628\text{ m.}$

Duljina je žice (zavoja) $l_1=250\cdot 0{,}0628\text{ m}=15{,}7\text{ m.}$ Omski otpor zavojnice iznosi:

$$R=\rho\frac{l_1}{S}=0{,}0175\,\frac{\Omega\text{ mm}^2}{\text{m}}\,\frac{4\cdot 15{,}7\text{ m}}{3{,}14\cdot 0{,}16\text{ mm}^2}=2{,}2\,\Omega.$$

$$\text{Struja } I=\frac{U}{R}=\frac{4{,}5\text{ V}}{2{,}2\,\Omega}=2{,}045\text{ A}\approx 2\text{ A.}$$

Jakost magnetskog polja unutar zavojnice iznosi:

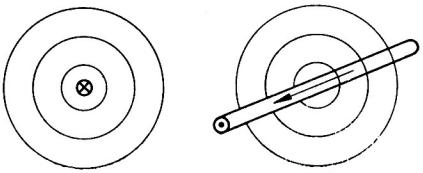
$$H=\frac{I\cdot N}{l}=\frac{2\text{ A}\cdot 250}{0{,}1\text{ m}}=5000\frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

6 Odredimo pomoću pravila vadičepa smjer magnetskog polja (označite na kružnicama smjer magnetskog polja strelicama) na sl. 1-2, ako smjer struje prikazuje desni crtež.

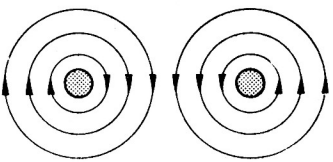
Magnetsko polje desnog vodiča ima oblik koncentričnih kružnica. Smjer toga polja određujemo pomoću pravila vadičepa: Ako uvrćemo vadičep u smjeru struje, smjer magnetskog polja pokazuje smjer vrtnje vadičepa.

7 Odredimo pomoću pravila vadičepa smjerove struja u vodičima ako znamo smjerove magnetskih polja (sl. 1-3).

Na sl. 1-3 ucrtajmo u kružnicu, koja predstavlja presjek vodiča, točku, odnosno križić.



Slika 1-2



Slika 1-3

8 Kolika je jakost magnetskog polja na udaljenosti 1, 2 i 5 cm od desnoga vodiča ako njime teče struja $I=100$ A?

$$H \cdot l = I \cdot N.$$

Za desni vodič vrijedi:

$$N=1 \quad \text{i} \quad l=2\pi r$$

pa dobivamo

$$H=\frac{I}{2\pi r}$$

$$H_1=\frac{100\ \text{A}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01\ \text{m}}=1590\ \text{A/m}$$

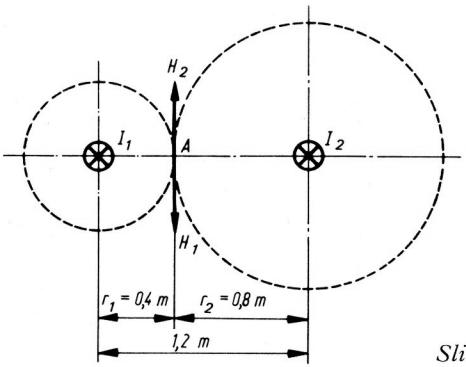
$$H_2=795\ \text{A/m}$$

$$H_3=318\ \text{A/m}.$$

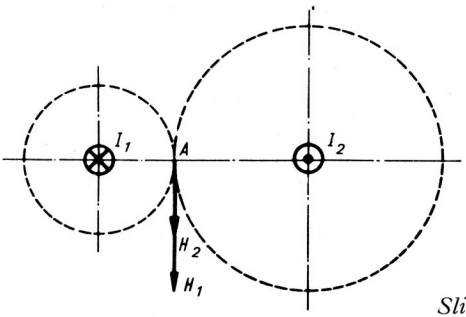
9 Izračunajte jakost magnetskog polja na mjestu A između dva paralelna vodiča, koji su međusobno udaljeni 1,2 m. Struja $I_1=20$ A, struja $I_2=15$ A. Jakost magnetskog polja izračunajte za slučajeve:

a) struja u oba vodiča teče u istom smjeru (sl. 1-4),

b) struja kroz vodiče teče u suprotnim smjerovima (sl. 1-5).



Slika 1-4



Slika 1-5

a) $\bar{H}_1 = \dfrac{I_1}{2\pi r_1} = \dfrac{20}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}4} = 7{,}96 \dfrac{\text{A}}{\text{m}} \cong 8\ \text{Am}^{-1}$

b) $\bar{H}_2 = \dfrac{I_2}{2\pi r_2} = \dfrac{15}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}6} = 2{,}98 \dfrac{\text{A}}{\text{m}} \cong 3\ \text{Am}^{-1}.$

Rezultirajuća jakost magnetskog polja na mjestu A iznosi:

a) $H_A = H_1 - H_2 = 8 - 3 = 5\ \text{Am}^{-1}$,

b) $H_A = H_1 + H_2 = 8 + 3 = 11\ \text{Am}^{-1}$.

Zadaci

1. Kolika struja treba da teče zavojima ($N = 800$) zavojnice da bi njen magnetski napon iznosio $F_m = 4000$ A (5 A)?

2. Kolika je jakost magnetskog polja u zračnom rasporu $l = 8$ mm, ako je magnetski napon $F_m = I \cdot N = 4000$ A, pri čemu zanemarujemo magnetski otpor u krugu željeza ($H = 500\,000\ A/\text{m}$)?

2. Gustoća magnetskog toka (magnetska indukcija) i magnetski tok

Pravila i formule

Magnetsko polje jakosti H uzrokuje u *vakuumu* (praktički i u zraku) gustoću magnetskog toka (magnetsku indukciju)

$$B = \mu_0 \cdot H,$$

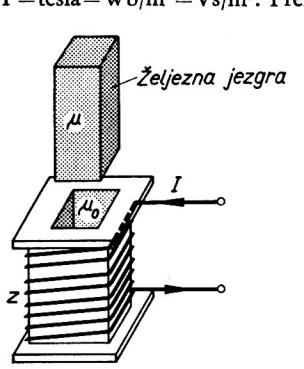
gdje je μ_0 tzv. magnetska konstanta (permeabilnost vakuuma). Njena je vrijednost

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m} \approx 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{H/m}\,.$$

Slovo H kratica je jedinice induktiviteta henry = H, a slovo m kratica jedinice dužine metar = m. Jedinica H ovako je povezana s nekim drugim jedinicama:

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Tm^2}}{\mathrm{A}},$$

gde su Wb = weber = Vs, T = tesla = $\mathrm{Wb/m^2} = \mathrm{Vs/m^2}$. Prema tome je $\mathrm{H/m} = \mathrm{Tm/A}$.



Slika 2-1

Ako unutar zavojnice stavimo feromagnetik (na primjer: željezo, sl. 2-1), u njemu će isto polje H uzrokovati veću indukciju B, tj.

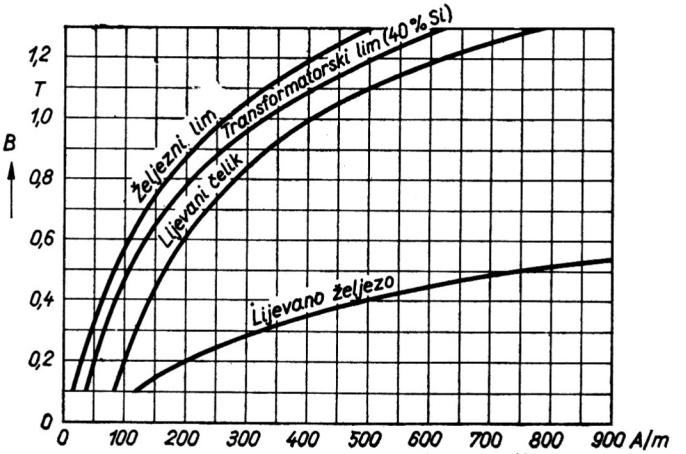
$$B = \mu \cdot H\,.$$

Slovo μ označuje fizikalnu veličinu *permeabilnost* (magnetska propustljivost). Možemo je predstaviti umnoškom *relativne permeabilnosti* μ_r (čist broj) i magnetske konstante

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \qquad \text{ili} \qquad \mu_r = \mu/\mu_0 .$$

Veličinu B mjerimo jedinicom tesla = T = Vs/m² = Wb/m² = A·H/m², a veličinu μ istom jedinicom kao i μ_0, tj. jedinicom H/m = T m/A. U prošlosti su kao jedinicu veličine B mnogo upotrebljavali jedinicu gauss = G = 10^{-4} T. Vrijedi: T = 10 000 G, mT = militesla = 0,001 T = 10 G i G = 0,1 mT.

Za vakuum i zrak (praktički) je $\mu_r = 1$. Za feromagnetske materijale μ_r je mnogo veće od 1. Pri tome vrijednost μ_r ovisi o magnetskoj indukciji B. Ovisnost B o H prikazuje krivulja magnetiziranja (sl. 2-2). Pomoću nje, uz poznati H, određujemo pripadnu vrijednost B i obrnuto.



Slika 2-2

Umnožak magnetske indukcije B i površine S (okomite na B) zovemo *magnetski tok*

$$\Phi = B \cdot S.$$

Jedinica veličine Φ jest veber = Wb = Vs = Tm². U prošlosti su za jedinicu toka mnogo upotrebljavali maksvel = M = 10^{-8} Wb. Vrijedi odnos Wb = 10^8 M.

Magnetski se tok Φ zatvara sam u sebe, tj. tvori zatvorenu petlju (isto kao električna struja). On se može granati u manje magnetske tokove Φ_1, Φ_2 itd., ali uvijek vrijedi zakon analogan Kirchhoffovu zakonu grananja struje

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots$$

TABLICA 1

Veličina		Jedinica SI		Formula
Naziv	Oznaka	Naziv	Oznaka	
Magnetski tok	Φ	veber	Wb	$\Phi = B \cdot S$
Gustoća magnetskog toka	B	tesla	T	$B = \mu H$
Jakost magnetskog polja	H	amper po metru	A/m	$H = \frac{I \cdot N}{l}$
Magnetski napon	F_m	amper	A	$F_m = H \cdot l = IN$
Permeabilnost	μ	henri po metru	H/m	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
Permeabilnost vakuuma	μ_0	henri po metru	H/m	$\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \frac{H}{m}$
Relativna permeabilnost	μ_r		1	
Induktivnost	L	henri	H	$L = \frac{\Phi}{I} N$

Magnetski je tok konstantan u svakom presjeku magnetskog kruga. Budući da je $\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = \ldots =$ konst, magnetska indukcija B nije jednaka u svakom presjeku S istog magnetskog kruga.

U stvarnim zadacima (magnetski krugovi električnih strojeva i uređaja) veoma često moramo znati prilikom izračunavanja vučne sile, napona, sile privlačenja i slično, vrijednost magnetskog toka Φ i pripadnu magnetsku indukciju B. Potonju ćemo saznati iz krivulje magnetiziranja, ako znamo jakost magnetskog polja H, koju često računamo iz magnetskog napona $I \cdot N = H \cdot l$.

Elektromagnet je zavojnica (solenoid) sa željeznom jezgrom koja se u unutrašnjost zavojnice stavlja zato da bi indukcija B (i tok Φ) bili μ_r puta veći negoli u zraku.

Sjeverni pol elektromagneta određujemo pravilom desne ruke, kao pri zavojnici.

Tablica 1 pruža pregled bitnih magnetskih veličina, jedinica i formula.

Vježbe

1 Unutar zavojnice jakost magnetskog polja iznosi $H = 500$ A/m. Kolika će biti magnetska indukcija (gustoća magnetskog toka) ako u zavojnicu stavimo jezgru od transformatorskog lima relativne permeabilnosti $\mu_r = 2400$? (sl. 2-1).

Magnetska indukcija u zavojnici bez jezgre iznosi:

$$B = \mu \cdot H = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H = 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m } 500 \text{ A/m} = 6{,}28 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 0{,}628 \text{ mT}.$$

Indukcija je u jezgri od transformatorskog lima (u željezu; $\mu_r = 2400$):

$$B_{\check{z}} = \mu \cdot H = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H = 2400 \cdot 0{,}625 \text{ mT} = 1{,}51 \text{ T}.$$

2 Koliki će biti magnetski tok Φ u elektromagnetu iz pređašnjeg primjera ako presjek željezne jezgre iznosi $S = 4 \text{ cm}^2 = 0{,}004 \text{ m}^2$ (sl. 2-1)?

$$\Phi = B \cdot S = 1{,}51 \text{ T} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6{,}04 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}.$$

3 Unutar zavojnice koja ima $N = 500$ zavoja, duljinu 25 cm i jezgru složenu od transformatorskóg lima potrebna je indukcija $B = 12\,000 \text{ G} = 1{,}2$ T. Koliki je magnetski napon i kolika je struja za to potrebna (sl. 2-1)?

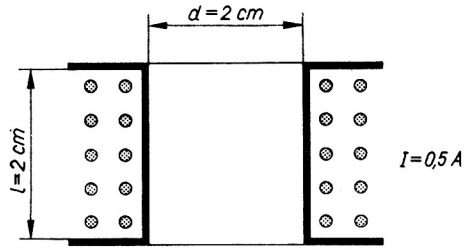
Na krivulji magnetiziranja (sl. 2-2) naći ćemo najprije za $B = 1{,}2$ T i za transformatorski lim potrebnu jakost polja H, koja je jednaka $H = 5 \text{ A/cm} = 500 \text{ A/m}$.

Zbog toga što zavojnica (jezgra) ima dužinu $l = 25 \text{ cm} = 0{,}25$ m, potrebni magnetski napon iznosi:

$$I \cdot N = H \cdot l = 5 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 25 \text{ cm} = 125 \text{ A}$$

$$I = \frac{I \cdot N}{N} = \frac{125 \text{ A}}{500} = 0{,}25 \text{ A}.$$

4 Mali solenoid (zavojnica) ima promjer $d=2$ cm, dužinu $l=2$ cm, broj zavoja $N=10$; solenoidom teče struja $I=0{,}5$ A. Treba izračunati presjek zavojnice, magnetski napon, jakost magnetskog polja H u zavojnici bez jezgre, indukciju B za jezgru od željeznog lima i magnetski tok Φ (sl. 2-3)!



Slika 2-3

Presjek zavojnice iznosi:

$$S=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{3{,}14}{4}\cdot 4\ \text{cm}^2=3{,}14\ \text{cm}^2.$$

Magnetski napon (amperzavoji)

$$F_m=I\cdot N=0{,}5\ \text{A}\cdot 10=5\ \text{A}=5\ \text{Az}.$$

(Uzdužni presjek zavojnice pokazuje nam 10 kružnica, kojima teče struja 0,5 A. Ukupna uzbuda zavojnice je $10\times 0{,}5\ \text{A}=5$ A. To je isto što i 5 amperzavoja, tj. 5 zavoja $\times 1$ A, 2 zavoja $\times 2{,}5$ A ili 5 A $\times 1$ zavoj, dakle 5 A. U jednom zavoju imamo tada struju $I=0{,}5$ A, a ukupna uzbuda zavojnice iznosi $I\cdot N=5$ A.)

Jakost magnetskog polja u zavojnici izračunat ćemo iz magnetskog napona:

$$I\cdot N=H\cdot l$$

$$H=\frac{F_m}{l}=\frac{I\cdot N}{l}=\frac{5\ \text{A}}{2\ \text{cm}}=2{,}5\frac{\text{A}}{\text{cm}}=\frac{5\ \text{A}}{0{,}02\ \text{m}}=250\frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Magnetska indukcija B u željeznoj jezgri prema krivulji magnetiziranja (sl. 2-2) za $H=2{,}5$ A/cm $=250$ A/m.

$$B\approx 1\ \text{tesla}=1\ \text{T}$$

Magnetski tok je:

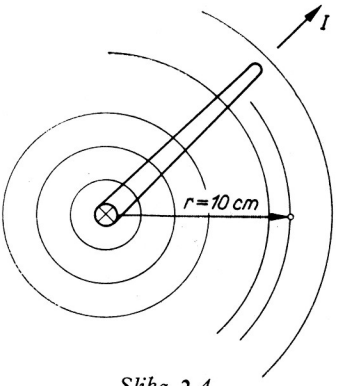
$$\Phi=B\cdot S=1\ \text{T}\cdot 3{,}14\ \text{cm}^2=3{,}14\cdot 10^{-4}\ \text{Wb}=0{,}314\ \text{mWb}.$$

5 Ravnim vodičem (sl. 2-4) teče struja $I=100$ A. Kolika je magnetska indukcija, odnosno jakost magnetskog polja u zraku u udaljenosti $r=10$ cm?

$$I \cdot N = H \cdot l; \qquad I \cdot 1 = H\, 2\pi r$$

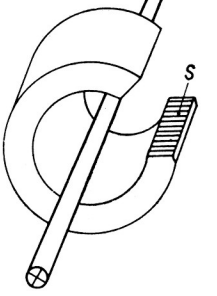
$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{100\ \mathrm{A}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10\ \mathrm{cm}} = 1{,}59\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}} = 159\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi 10^{-7}\ \frac{H}{\mathrm{m}}\ 159\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{-4} T = 0{,}2\ \mathrm{m}T$$



Slika 2-4

6 Koliko se veliki magnetski tok stvara u prstenu od lijevanog čelika, koji obuhvaća vodič, ako tim vodičem teče struja $I = 151{,}7$ A? Presjek prstena (šrafirana površina na slici 2-5) je $S = 2$ cm $\times$ 4 cm, a vanjski promjer prstena iznosi $d = 8$ cm.



Slika 2-5

Srednji polumjer prstena iznosi:

$$r = \frac{d - 2\text{ cm}}{2} = \frac{8\text{ cm} - 2\text{ cm}}{2} = 3\text{ cm}.$$

Jakost magnetskog polja na udaljenosti r od vodiča, kad se vodič ne nalazi unutar prstena, već slobodno, iznosi:

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{151{,}7\text{ A}}{6{,}28 \cdot 3\text{ cm}} = 8{,}05\ \frac{\text{A}}{\text{cm}} = 805\ \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Na krivulji magnetiziranja (sl. 2-2) najprije ćemo naći za $H = 8{,}05$ A/cm = 805 A/m magnetsku indukciju u lijevanom čeliku

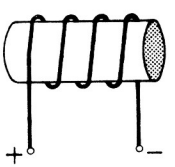
$$B = 1{,}3\text{ T}.$$

Ukupni magnetski tok u prstenu stvoren prolaskom struje kroz vodič iznosi:

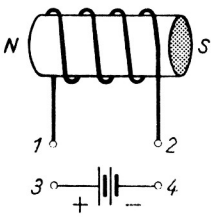
$$\Phi = B \cdot S = 1{,}3\ T \cdot 2 \cdot 4\text{ cm}^2 = 0{,}00104\text{ Wb}.$$

7 Označite smjer struje i odredite polaritet (polove) elektromagneta pomoću pravila desne ruke (sl. 2-6)!

Najprije na sl. 2-6 označite smjer struje a tek nakon toga rješenje kontrolirajte prema tekstu koji se nalazi u zagradi. (Strelice koje označuju smjer struje bit će usmjerene na gore; lijevo je sjeverni pol.)



Slika 2-6



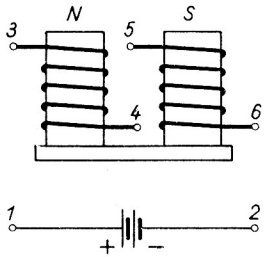
Slika 2-7

8 Kako trebate spojiti stezaljke baterije označene s 3 i 4 sa stezaljkama zavojnice elektromagneta 1 i 2, da se stvore polovi prema sl. 2-7?

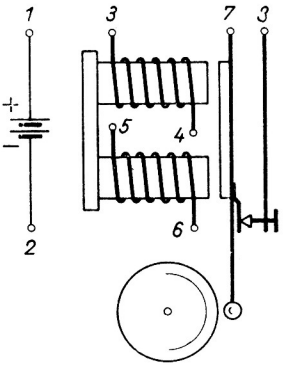
Najprije na sl. 2-7 označite smjer struje i spoj, a tek tada rješenje kontrolirajte prema tekstu u zagradi. (Prema pravilu desne ruke označite strelicama smjer struje, tj. kako treba da teče zavojnicom, i to prema načinu na koji smo spojili stezaljke. Strelice su usmjerene prema gore, stezaljku 3 treba spojiti sa stezaljkom 2, a stezaljku 4 sa stezaljkom 1.)

9 Kako treba da priključite zavojnice potkovastog elektromagneta te njih s baterijom da se stvore polovi prema sl. 2-8?

Postupak je sličan onome iz primjera 8. Priključuje se stezaljka 1 i 3, zatim stezaljka 4 i 6 te stezaljka 5 i 2. Moguće je i drugačije rješenje, npr. priključak stezaljke 1 i 6 itd. Polovi moraju biti raznoimeni kako bi se potpomagali.



Slika 2-8



Slika 2-9

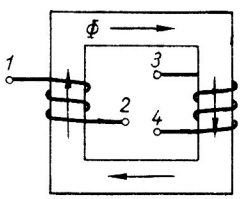
10 Na sl. 2-9 linijama označite kako treba spojiti stezaljke od 1 do 8, da zvonce pravilno djeluje i da na strani kotve nastanu raznoimeni polovi.

(Spojimo stezaljke međusobno ovim redom: 1 i 3, 4 i 6, 5 i 7, 8 i 2!)

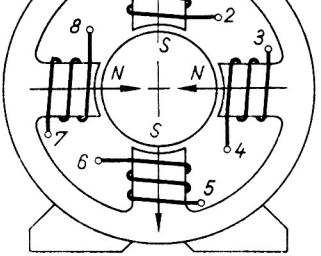
11 Namot prigušnice ili primarni namot transformatora razdijeljen je na dva dijela, koja treba tako spojiti međusobno da im se magnetsko djelovanje potpomaže (sl. 2-10).

Dovod struje neka je preko stezaljke 1; prema po volji označenom smjeru magnetskog toka odrediti ćemo smjerove struje u namotima.

Najprije ćemo označiti spoj na sl. 2-10, a tek nakon toga ćemo pročitati tekst u zagradi na sledećoj strani.



Slika 2-10



Slika 2-11

(Iz gornjeg proizlazi da trebamo spojiti stezaljke 2 i 3. Kada bismo spojili stezaljke 2 i 4, ne bi se stvarao nikakav magnetski tok.)

Magnetski sistem četveropolnog električkog stroja istosmjerne struje ima 4 pola kojih se polaritet izmjenjuje duž oboda. Spojite stezaljke 2 do 8, tako da se stvore polariteti prema slici 2-11!

Smjerove struje označite strelicama tako da se stvore zadani polovi. Stezaljke 2 do 8 spojit ćemo tako da struja u svakom namotu teče u istom smjeru. Naznačite i priključke namota.

(Stezaljke ćemo spojiti ovako: 2 i 4, 3 i 5 te 6 i 8. Istosmjernu struju magnetiziranja dovodimo na stezaljke 1 i 7.)

12 Izračunajte magnetsku indukciju i magnetski tok u prstenastoj zavojnici. Srednji promjer prstena je 160 mm, presjek zavojnice 12 cm². Zavojnica ima 750 zavoja. Struja iznosi 16 A. Jakost magnetskog polja je po cijelom presjeku konstantna. Unutar zavojnice je uzduh.

Jakost magnetskog polja iznosi:

$$\bar{H} = \frac{NI}{\pi d} = \frac{750 \cdot 16}{3{,}14 \cdot 0{,}16} = 23{,}885 \cdot 10^3 \,\mathrm{Am}^{-1}.$$

Magnetska indukcija je

$$B = \mu_0 \mu_r \bar{H} = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \cdot 23{,}885 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{T}.$$

Magnetski tok

$$\Phi = B \cdot S = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 12 \cdot 10^{-4} = 36 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{Wb}.$$

13 Uzmimo svitak sa 100 zavoja namotan na prsten od željeznog lima prema slici 2-12. Srednji promjer prstena neka iznosi 20 cm. Izračunajmo jakost magnetskog polja H, magnetsku indukciju B i relativnu permeabilnost μ_r za struju kroz svitak od 0,2 A; 0,5 A; 1 A; 3 A.

Jakost magnetskog polja H izračunamo po formuli:

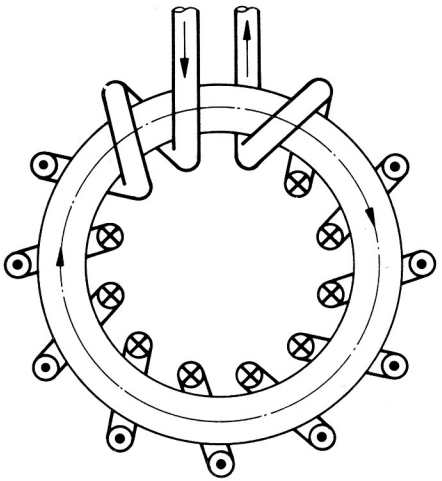
$$\bar{H} = \frac{I \cdot N}{l}$$

$$l = d\pi = 20\,\pi = 62{,}8 \,\mathrm{cm} = 0{,}628 \,\mathrm{m}.$$

za struje	$I =$	0,2	0,5	1	3	A
dobijemo	$H =$	32	80	159	477	A/m

Iz krivulje magnetiziranja za željezni lim (vidi sl. 2-2, na str. 15) dobijemo:

za jakost magnetskog polja	$\bar{H} =$	32	80	159	477	A/m
magnetsku indukciju	$B =$	0,1	0,5	0,8	1,2	T



Slika 2-12

Magnetsku indukciju B_0 svitka kad ne bi bilo u njemu željeza možemo izračunati s pomoću formule:

$$B_0 = \frac{1{,}256 \cdot \bar{H}}{1\,000\,000}.$$

Dakle za	$\bar{H}=$	32	80	159	477	A/m
dobimo	$B_0=$	$\frac{40}{1\,000\,000}$	$\frac{100}{1\,000\,000}$	$\frac{200}{1\,000\,000}$	$\frac{599}{1\,000\,000}$	T
odnosno	$B_0=$	$\frac{0{,}4}{10\,000}$	$\frac{1}{10\,000}$	$\frac{2}{10\,000}$	$\frac{5{,}99}{10\,000}$	T

Relativnu permeabilnost μ_r izračunamo pomoću formule:

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}.$$

pa za	$\bar{H}=$	32	80	159	477	A/m
dobijemo	$\mu_r=$	2500	5000	4000	2003	

Kako se vidi, relativna permeabilnost raste s povećanjem jakosti magnetskog polja H dok je jakost magnetskog polja mala, a nakon toga počinje naglo opadati.

Zadaci

1. Prema krivulji magnetiziranja za transformatorski lim (sl. 2-2) izlazi da je za magnetsku indukciju $B = 1{,}1$ T potrebno polje, $H = 400$ A/m. Kolika je u tom slučaju relativna permeabilnost lima? ($\mu_r = B : \mu_o \cdot H = ?$)

2. Koliki magnetski napon treba da ima zavojnica duljine $l = 30$ cm $= 0{,}3$ m da bi namagnetizirala štap od lijevanog čelika na indukciju $B = 1{,}2$ T ($H = 600$ A/m, što ćemo dobiti očitanjem iz krivulje magnetiziranja na sl. 2-2, $F_m = I \cdot N = H;\ l = ?$ $I \cdot N = ?$; pri $N = 100$ bit će $I = 1{,}8$ A.)

3. Magnetski krug

Pravila i formule

Magnetski krug je put magnetskog toka Φ. Magnetski je krug obično zatvoren željeznom jezgrom.

Magnetski krug je sličan električnom krugu. Magnetski tok Φ podsjeća na električnu struju I; magnetska indukcija B podsjeća na gustoću električne struje; magnetski napon F_m $(=H \cdot l = I \cdot N)$ odgovara naponu, a magnetski otpor R_m odgovara električnom otporu R.

Ohmov zakon za magnetski otpor ima oblik

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m}.$$

Homogeni magnetski krug ima svuda jednaki presjek i jednaki magnetski materijal. Rješavamo ga tako, da za određenu magnetsku indukciju B pronalazimo na krivulji magnetiziranja potrebnu jakost magnetskog polja H, koju ćemo pomnožiti sa srednjom duljinom l silnica, da bismo dobili magnetski napon, koji je jednak umnošku $I \cdot N$

$$F_m = H \cdot l = I \cdot N.$$

Iz jednadžbe ćemo izračunati potrebnu struju I ili broj zavoja N zavojnice.

Složeni magnetski krug ima obično različit presjek S i različite materijale ili jednostavnije: sastavljen je od dijelova s različitim magnetskim otporima. Svaki je dio serijski spojen, pa zato ima svaki dio, odnosno svaki presjek, jednaki magnetski tok Φ.

Iz jednakosti magnetskog toka Φ izračunat ćemo za svaki dio posebno magnetsku indukciju $B = \Phi/S$.

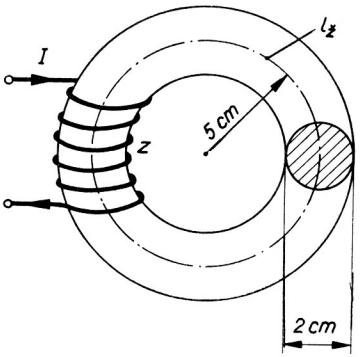
Za različite magnetske indukcije očitavamo potrebnu jakost magnetskog polja H iz krivulje magnetiziranja, te svaku pomnožimo duljinom silnica odgovarajućeg dijela kruga. Zbroj umnožaka (magnetskih napona $H \cdot l$) daje ukupni magnetski napon

$$F_m = I \cdot N = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 \ldots$$

Iz toga ćemo izračunati struju magnetiziranja ili broj zavoja zavojnice za magnetiziranje cijelog magnetskog kruga.

Vježbe

1 Kolika je potrebna struja magnetiziranja I zavojnice s 200 zavoja da bi njen magnetski napon poterao lijevanim željeznim prstenom magnetski tok $\Phi = 0{,}157$ mWb? Lijevani prsten ima srednji polumjer $D = 5$ cm, a njegov kružni presjek ima promjer $d = 2$ cm (sl. 3-1).



Slika 3-1

Magnetski krug ima presjek

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3{,}14 \text{ cm}^2.$$

Magnetska indukcija u lijevu će biti:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0{,}157 \text{ mWb}}{3{,}14 \text{ cm}^2} = \frac{1{,}57 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{3{,}14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0{,}5 \text{ T}.$$

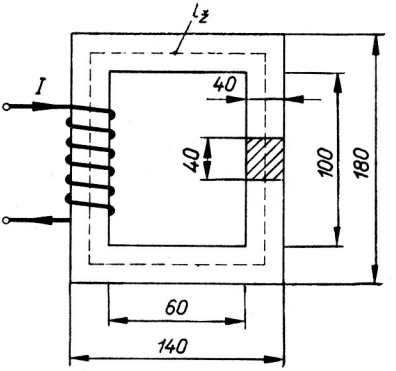
Iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2) naći ćemo za $B = 0{,}5$ T i za lijev potrebnu jakost polja i magnetski napon

$$F_m = H \cdot l = 750 \text{ A/m} \cdot 2\pi \cdot 0{,}05 \text{ m} = 235{,}5 \text{ A}.$$

Iz toga ćemo dobiti potrebnu struju

$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{235{,}5 \text{ A}}{200} = 1{,}17 \text{ A}.$$

2 Zatvoreni magnetski krug prema sl. 3-2 je homogen i sastavljen od transformatorskih limova. Koliko zavoja treba da ima zavojnica ako njome teče struja 0,5 A, kako bi u jezgri bio magnetski tok $\Phi = 1{,}6$ mWb?



Slika 3-2

Presjek jezgre iznosi:

$$S = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2 = 0{,}0016 \text{ m}^2.$$

Indukcija u jezgri je

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}{16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1 \text{ T}.$$

Na krivulji magnetiziranja (sl. 2-2) naći ćemo za $B = 1$ T i za transformatorski lim jakost magnetskog polja

$$H = 3{,}25 \text{ A/cm} = 325 \text{ A/m}.$$

Srednju duljinu toka dobit ćemo iz sl. 3-2

$$l = 2\,(60 + 40) \text{ mm} + 2\,(100 + 40) \text{ mm} = 480 \text{ mm} = 0{,}48 \text{ m}.$$

Magnetski napon u jezgri iznosi:

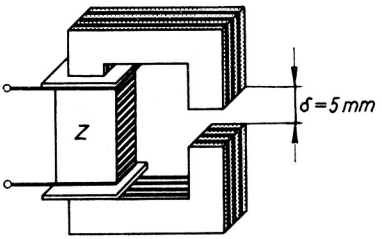
$$F_m = I \cdot N = H \cdot l = 3{,}25 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 48 \text{ cm} = 156 \text{ A}.$$

Pri struji 0,5 A broj zavoja je

$$N = \frac{F_m}{I} = \frac{156 \text{ A}}{0{,}5 \text{ A}} = 312.$$

(Zavojnica ima magnetski napon $I \cdot N$ a podsjeća na izvor struje. Zavojnica, odnosno F_m je izvor magnetskog toka Φ. Kako akumulator svojom elektromotornom silom tjera preko omskog otpora zavojnice struju magnetiziranja, tako zavojnica svojim magnetskim naponom tjera kroz magnetski otpor jezgre magnetski tok Φ).

3 Magnetski krug (prigušnice) iz predašnjeg primjera prerezat ćemo i stvoriti zračni raspor $\delta = 5$ mm. Koliki moraju biti magnetski napon i struja magnetiziranja da bi magnetski tok bio jednak kao u primjeru 2, tj. $\Phi = 0{,}0016$ Wb (sl. 3-3)?



Slika 3-3

Složeni magnetski krug imat će dva dijela, koja imaju isti presjek kao u predašnjem primjeru, a serijski su spojeni, tj. $S = 16$ cm^2. Magnetska indukcija je također jednaka $B = 1$ T.

Srednja duljina toka u limovima je neznatno manja

$$l_{\check{z}} = 48 \text{ cm} - 0{,}5 \text{ cm} = 47{,}5 \text{ cm} \approx 0{,}48 \text{ m}.$$

Magnetski napon za željezo bit će:

$$H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} = 3{,}25 \text{ A/cm} \cdot 48 \text{ cm} \approx 156 \text{ A}.$$

U zračnom rasporu jakost magnetskog polja iznosi:

$$H = \mu_0 B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ T} = 8000 \text{ A/cm}.$$

Magnetski napon za zračni raspor δ bit će:

$$\delta \cdot H = 0{,}5 \text{ cm} \cdot 8000 \text{ A/cm} = 4000 \text{ A}.$$

Ukupni magnetski napon jednak je zbroju pojedinih magnetskih napona:

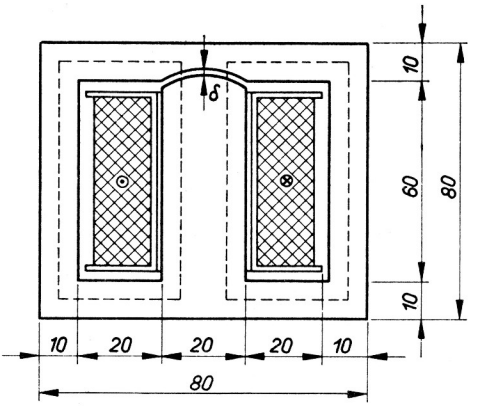
$$I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} + H \cdot \delta = 156 \text{ A} + 4000 \text{ A}$$

$$F_m = I \cdot N = 4156 \text{ A}$$

$$I = \frac{F_m}{N} \approx \frac{4156 \text{ A}}{312} = 13{,}3 \text{ A}.$$

(Za razliku od predašnjeg primjera, gdje je struja magnetiziranja iznosila 0,5 A, pri magnetskom krugu sa zračnim rasporom 0,5 cm potrebno nam je još 13 A da bismo dobili isti magnetski tok. Dalje treba znati da zračni raspor zahtijeva za potiskivanje toka mnogostruko veći magnetski napon od željeza.)

4 Proračunom transformatora nađeno je da je potreban magnetski tok $\Phi = 0{,}72$ mWb, za koji treba izračunati magnetski napon i struju u namotu koji ima 800 zavoja. Transformatorski limovi imaju zračni raspor $\delta = 0{,}2$ mm, zbog toga da možemo navući namot.



Slika 3-4

Na sl. 3-4 vidimo oblik i izmjere lima za transformator s plaštem. Presjek jezgre iznosi: $S = 2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$.

Magnetska indukcija u jezgri i zračnom rasporu je

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0{,}72 \text{ mWb}}{6 \text{ cm}^2} = \frac{7{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}{6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1{,}2 \text{ T}.$$

Iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2) za $B = 1{,}2$ T i za transformatorski lim pronalazimo jakost magnetskog polja

$$H_{\check{z}} = 5 \text{ A/cm}.$$

Srednja duljina toka u željezu iznosi:

$$l_{\check{z}} = 2\,(6+3) \text{ cm} = 18 \text{ cm}.$$

Jakost magnetskog polja za zračni raspor izračunat ćemo ovako:

$$H = \mu_0 \cdot B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{\text{m}} 1{,}2 \text{ T} = 9600 \text{ A/cm}.$$

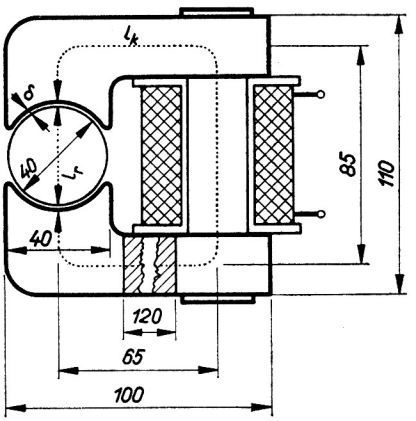
Magnetski napon je:

$$F_m = I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} + H \cdot \delta = 5\frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 18\text{ cm} + 9600\frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 0{,}02\text{ cm}$$

$$F_m = 90\text{ A} + 192\text{ A} = 282\text{ A}$$

$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{282\text{ A}}{800} = 0{,}35\text{ A}.$$

5 Izračunavanjem napona praznog hoda dinama proizašla je potreba za magnetskim tokom u zračnom rasporu $\delta = 1$ mm $\Phi = 3{,}36$ mWb kao i u ostalom željezu, tj. u magnetskom krugu. Treba izračunati magnetski napon i struju magnetiziranja za namot koji ima 1000 zavoja. Koristite izmjere iz sl. 3-5.



Slika 3-5

Složeni magnetski krug sadržava kućište od lijevanog čelika, rotor od limova i dva zračna raspora δ.

Presjek kućišta iznosi:

$$S_K = 2{,}5\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 30\text{ cm}^2.$$

Presjek rotora S_R i zračnog raspora S iznosi:

$$S_R = S = 4\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 48\text{ cm}^2.$$

Indukcija u kućištu je

$$B_K = \frac{\Phi}{S_K} = \frac{3{,}36\text{ mWb}}{30\text{ cm}^2} = \frac{33{,}6 \cdot 10^{-4}\text{ Wb}}{30 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2} = 1{,}12\text{ T}.$$

Gustoća toka u rotoru i u zračnom rasporu iznosi:

$$B_R = B = \frac{\Phi}{S_R} = \frac{\Phi}{S} = \frac{3{,}36 \text{ mWb}}{48 \text{ cm}^2} = 0{,}7 \text{ T}.$$

Jakost magnetskog polja u kućištu očitat ćemo iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2) za $B_K = 1{,}12$ T za lijevani čelik

$$H_K = 5 \text{ A/cm}.$$

Magnetski napon za kućište je:

$$F_{mK} = H_K \cdot l_K = 5 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 26 \text{ cm} = 130 \text{ A}.$$

Jakost magnetskog polja u rotoru, koji je načinjen od željeznih limova i za indukciju $B_R = 0{,}7$ T dobit ćemo iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2) i iznosi:

$$H_R = 1{,}4 \text{ A/cm}.$$

Magnetski napon potreban za rotor je

$$F_{mR} = H_R \cdot l_R = 1{,}4 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 4 \text{ cm} = 5{,}6 \text{ A}.$$

Jakost magnetskog polja za zračni raspor iznosi:

$$H = \mu_o \cdot B = \mu_o \cdot 0{,}7 \text{ T} = 5600 \text{ A/cm}.$$

Magnetski napon za dva zračna raspora je

$$H \cdot 2\delta = 5600 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 2 \cdot 0{,}1 \text{ cm} = 1120 \text{ A}$$

Ukupni magnetski napon iznosi:

$$F_m = H_K \cdot l_K + H_R \cdot l_R + H \cdot 2\delta$$

$$F_m = 130 \text{ A} + 5{,}6 \text{ A} + 1120 \text{ A} = 1255{,}6 \text{ A}$$

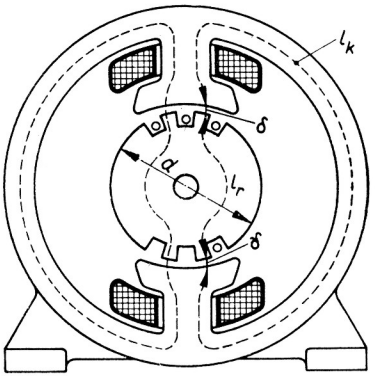
$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{1255{,}6 \text{ A}}{1000} \approx 1{,}25 \text{ A}.$$

Vidimo da zračni raspor zahtijeva najveći dio magnetskog napona. U praksi se često izračunava samo magnetski napon za zračne raspore i k tome se pridoda 15% za željezne dijelove.

6 Za istosmjerni stroj potreban je magnetski tok $\Phi = 12{,}8$ mWb. Složeni magnetski krug sadržava kućište od lijevanog čelika sa srednjom duljinom toka $l_K = 80$ cm, rotor od dinamo limova sa srednjom duljinom toka $l_R = 18$ cm i dva zračna raspora po $\delta = 2$ mm. Presjek kućišta i pola je $S_p = 8{,}20$ cm²; presjek rotora $S_R = 12{,}20$ cm². Treba utvrditi magnetski napon i broj zavoja pri maksimalnoj struji magnetiziranja 1 A (sl. 3-6).

Magnetska indukcija u kućištu (polu) iznosi:

$$B_K = \frac{\Phi}{S_p} = \frac{12{,}8 \text{ mWb}}{160 \text{ cm}^2} = 0{,}8 \text{ T}.$$



Slika 3-6

Jakost magnetskog polja u kućištu i polu iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2) za lijevani čelik pri $B_K = 0{,}8$ T iznosi:

$$H_K = 2{,}8 \text{ A/cm}.$$

Magnetski napon za kućište je:

$$F_{mK} = H_K \cdot l_K = 2{,}8 \text{ A/cm} \cdot 80 \text{ cm} = 224 \text{ A}.$$

Magnetska indukcija u rotoru, u polnom nastavku i u zraku iznosi:

$$B_R = \frac{\Phi}{S_R} = \frac{12{,}8 \text{ mWb}}{240 \text{ cm}^2} = 0{,}5333 \text{ T} = B.$$

Jakost magnetskog polja u rotoru koji je sastavljen od željeznih limova pri $B_R = 0{,}5333$ T iznosi:

$$H_R = 0{,}9 \text{ A/cm}$$

$$F_{mR} = H_R \cdot l_R = 0{,}9 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 18 \text{ cm} = 16{,}2 \text{ A}.$$

Jakost magnetskog polja za zračni raspor je:

$$H = \mu_o \cdot B = \mu_o \cdot 0{,}5333 \text{ T} = 4266{,}4 \text{ A/cm}$$

$$H \cdot 2\delta = 4266{,}4 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 2 \cdot 0{,}2 \text{ cm} = 1706{,}56 \text{ A}$$

Ukupni magnetski napon jednak je zbroju pojedinih magnetskih napona

$$F_m = H_K \cdot l_K + H_R \cdot l_R + H \cdot 2\delta$$

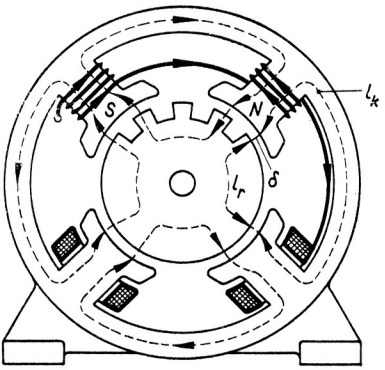
$$F_m = 224\ \text{A} + 16{,}2\ \text{A} + 1706{,}56\ \text{A}$$

$$F_m = 1945{,}76\ \text{A}.$$

Broj zavoja iznosi:

$$N = \frac{F_m}{I} = \frac{1946{,}76\ \text{A}}{1\ \text{A}} \approx 2000.$$

7 Četvoropolni dinamo ima serijski namot u rotoru, u kojem se inducira napon. Za taj napon je magnetski tok $\Phi = 0{,}024$ Wb $= 24$ mWb. Presjek pola je $S_p = 300$ cm², a rotora $S_R = 400$ cm². Srednja duljina toka u kućištu i polovima $l_K = 45$ cm, u rotoru $l_k = 15$ cm, a u zračnim rasporima: $2\delta = 7$ mm. Treba ustanoviti ukupni magnetski napon i broj zavoja jednog namota pri struji magnetiziranja $I = 2$ A (sl. 3-7).



Slika 3-7

Magnetska indukcija u polu i kućištu iznosi:

$$B_p = \frac{\Phi}{S_p} = \frac{0{,}024\ \text{Wb}}{0{,}03\ \text{m}^2} = 0{,}8\ \text{T}.$$

Jakost magnetskog polja za ovu indukciju u lijevanom čeliku naći ćemo iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2)

$$H_p = 280\ \text{A/m}.$$

Magnetski napon za put toka u kućištu i u polovima iznosi:

$$F_{mK} = H_K \cdot l_K = 280 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0{,}45\ \text{m} = 126\ \text{A}.$$

Magnetski napon u rotoru koji je izveden od željeznih limova slijedi iz

$$B_R = \frac{\Phi}{S_R} = \frac{0{,}024\ \text{Wb}}{0{,}04\ \text{m}^2} = 0{,}6\ \text{T}$$

$$H_R = 110\ \text{A/m}$$

$$F_{mR} = H_R \cdot l_R = 110 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0{,}15\ \text{m} = 16{,}5\ \text{A}.$$

Za zračne raspore potreban je magnetski napon od

$$H \cdot 2\delta = \frac{B}{\mu_0} 2\delta = \frac{0{,}6\ \text{T}}{\mu_0} 0{,}7\ \text{cm} = 3360\ \text{A}.$$

Ukupni magnetski napon jednak je zbroju pojedinih magnetskih napona, i to:

$$F_m = H_K \cdot l_K + H_R \cdot l_R + H \cdot 2\delta$$

$$F_m = 126\ \text{A} + 16{,}5\ \text{A} + 3360\ \text{A} = 3502{,}5\ \text{A}.$$

Broj zavoja jednog namota iznosi:

$$N = \frac{F_m}{I} = \frac{3502{,}5\ \text{A}}{2\ \text{A}} \approx 1752\ \text{zavoja}.$$

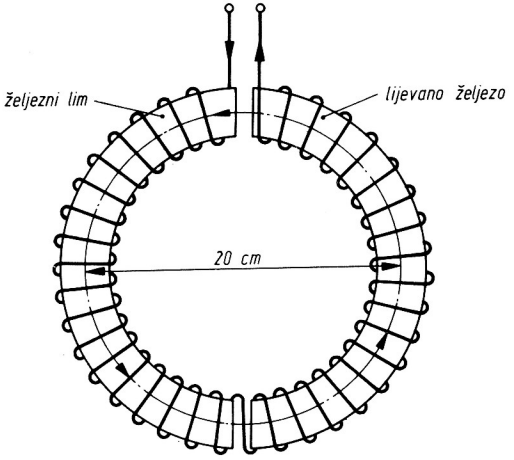
(Račun je iz pedagoških razloga približan, zanemarujemo, naime, računanje magnetskog napona za zube u kojime je velika magnetska indukcija. Kućište ima polovinu presjeka, pa se zbog toga tok grana od polova prema kućištu. Na prvi pogled nije jasno, gdje je karakteristični magnetski krug i da li zavoji s kojima računamo moraju biti polovica za jedan namot, kad dva namota pripadaju jednom krugu i slično. Moramo računati s tim da imamo četiri pola, četiri kruga i četiri namota, kako bismo kod proračuna imali realnu predodžbu.)

8 Koliko je velik magnetski napon zavojnice kojom prolazi struja od 4 A i koja ima 500 zavoja?

$$F_m = N \cdot I = 500 \cdot 4 = 2000\ \text{A}.$$

9 Koliki je magnetski napon potreban za održavanje toka od 1 mWb kroz svitak prema slici 3-8, ako je presjek prstena 20 cm², a magnetski krug sastavljen od različitih materijala: kako znamo, magnetski je otpor zračnih raspora znatno veći od magnetskog otpora ostalih dijelova magnetskog kruga.

Ukupna duljina magnetskog kruga iznosi: $l = d\pi = 20 \cdot 3{,}14 = 62{,}8\ \text{cm} = 0{,}628\ \text{m}$. Taj se magnetski krug sastoji od:



Slika 3-8

dijela u željeznom limu duljine	$l_1 = 31{,}3\ \text{cm} = 0{,}313\ \text{m}$
dijela u lijevanom željezu duljine	$l_2 = 31{,}3\ \text{cm} = 0{,}313\ \text{m}$
dijela u zraku ukupne duljine	$l_3 = 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}2\ \text{cm} = 0{,}002\ \text{m}$
	Ukupno $l = 62{,}8\ \text{cm} = 0{,}628\ \text{m}$

$\Phi = 1\ \text{mWb} = 0{,}001\ \text{Wb}$; $S = 20\ \text{cm}^2 = 0{,}002\ \text{m}^2$. Prema tome je magnetska indukcija:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0{,}001}{0{,}002} = 0{,}5\ \text{T}.$$

Budući da je presjek svagdje jednak, bit će i magnetska indukcija svagdje jednaka. Iz krivulje magnetiziranja na slici 2-2 dobijemo da je za stvaranje magnetske indukcije $B = 0{,}5\ \text{T}$ potrebna jakost magnetskog polja:

u željeznom limu $\bar{H}_1 = 75\ \text{A/m}$,
u lijevanom željezu $H_2 = 750\ \text{A/m}$.

Za zrak vrijedi poznati odnos:

$$B_0 = \frac{1{,}256 \cdot \bar{H}}{1\,000\,000}, \text{ tj. } \bar{H}_3 = \frac{1\,000\,000\, B_0}{1{,}256} = \frac{1\,000\,000 \cdot 0{,}5}{1{,}256} = 398.089\ \text{A/m}.$$

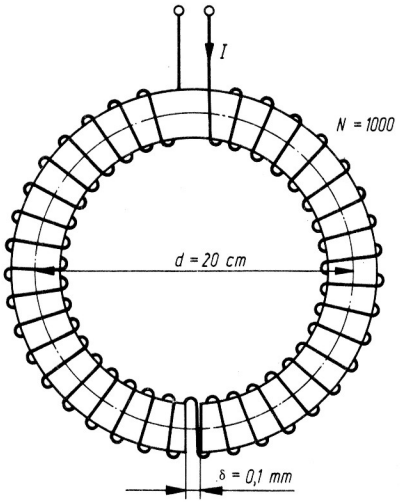
Da se, prema tome, kroz svitak „progura" tok $\Phi = 1\ \text{mWb}$, potreban je magnetski napon:

za poluprsten od željeznog lima	$H_1 l_1 =$	$75 \cdot 0{,}313 =$ 23,5 A
za poluprsten od lijevanog željeza	$H_2 l_2 =$	$750 \cdot 0{,}313 =$ 235 A
za oba zračna raspora	$H_3 l_3 =$	$398089 \cdot 0{,}002 =$ 796 A
		Ukupno $IN = 1054{,}5$ A

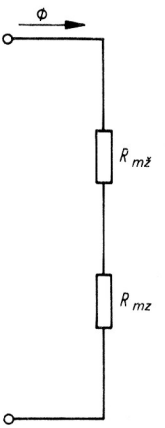
Budući da je $N = 100$ zavoja, potrebna je struja od

$$1054{,}5 : 100 = 10{,}54 \text{ A}.$$

10 Potrebno je izračunati struju za stvaranje magnetskog toka od $6 \cdot 10^{-3}$ Wb. Magnetski krug čini otvoreni prsten kojemu je srednji promjer 20 cm, presjek 50 cm² načinjen iz željeznog lima a zračni raspor 0,1 mm. Na prsten je namotana zavojnica s 1000 zavoja, sl. 3-9.



Slika 3-9



Slika 3-10

Krug čini magnetski otpor željeznog lima $R_{mž}$ i otpor zračnog raspora R_{mz}, sl. 3-10.

Za serijski spoj dijelova kruga vrijedi

$$F_m = U_{mž} + U_{mz}.$$

Duljina srednje silnice u feromagnetskom materijalu iznosi

$$l_ž = \pi d - \delta = \pi \cdot 0{,}2 - 0{,}0001 = 0{,}6279 \text{ m}.$$

Magnetski napon, potreban za potiskivanje zadanog magnetskog toka u feromagnetskoj sredini dobivamo iz:

$$U_{mž} = \bar{H}_ž \cdot l_ž.$$

Magnetska indukcija je

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-4}} = 1{,}2\,\mathrm{T}.$$

Iz krivulje magnetiziranja za zadani materijal, sl. 2-2 i magnetsku indukciju od 1,2 T dobimo jakost magnetskog polja od $410\,\mathrm{Am}^{-1}$. Nakon uvrštenja dobijemo:

$$U_{mž} = \bar{H}_ž l_ž = 410 \cdot 0{,}6279 = 257\,\mathrm{A}.$$

Magnetski napon potreban za stvaranje zadanog magnetskog toka u zračnom rasporu je

$$U_{mz} = \bar{H}_z l_z.$$

Iz odnosa

$$B = \mu_0 \bar{H}_z$$

izračunamo

$$\bar{H}_z = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1{,}2}{1{,}256 \cdot 10^{-6}} = 9{,}55 \cdot 10^5\,\mathrm{Am}^{-1},$$

$$U_{mz} = \bar{H}_z \cdot l_z = 9{,}55 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 95{,}5\,\mathrm{A}.$$

Ukupni magnetski napon je

$$F_m = U_{mž} + U_{mz} = 257 + 95{,}5 = 352{,}5\,\mathrm{A}.$$

Uzbudna struja koja prolazi zavojnicom iznosi:

$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{352{,}5}{1000} = 0{,}352\,\mathrm{A}.$$

Zadaci

1. Koliki mora biti magnetski napon F_m i kolika struja I mora teći zavojnicom koja ima 300 zavoja smještenih na jezgri sastavljenoj od dinamo lima, da bi u toj jezgri bio stvoren magnetki tok $\Phi = 1$ mWb $= 10^{-3}$ Wb? (Prema sl. 3-2, $l_ž = 0{,}38$ m, a H ćemo dobiti iz sl. 2-2.) ($F_m = I \cdot N = 121$ A; $I = 0{,}4$ A.)

2. Koliki mora biti magnetski napon F_m i kolika struja mora teći namotom koji ima 300 zavoja smješenih na jezgru prema sl. 3-3, da bi u njemu bio stvoren magnetski tok $\Phi = 6{,}6 \cdot 10^{-3}$ Wb, ako jezgra ima zračni raspor $\delta = 0{,}5$ mm² ($S = 6$ cm²; $H_ž$ ćemo dobiti iz sl. 2-2; $F_m = 539$ A; $I = 1{,}79$ A.)

4. Nosivost elektromagneta

Pravila i formule

Nosivost elektromagneta je njegova privlačna sila, kojom privlači feromagnetske materijale. Nosivost elektromagneta ovisi o magnetskom toku Φ i o magnetskoj indukciji, a proporcionalna je umnošku $\Phi \cdot B = B^2 S$.

Nosivost elektromagneta, odnosno silu privlačenja, računamo pomoću jednadžbe

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} S = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_r \mu_o} S.$$

Ako uvrstimo $\mu_r = 1$ (vakuum i zrak) od gornje ćemo jednadžbe dobiti

$$F = \frac{1}{2\mu_o} B^2 \cdot S = C \cdot B^2 \cdot S,$$

gdje je konstanta

$$C = \frac{1}{2\mu_o} = \frac{1}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H/m}} = 3{,}98 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{T^2\,m^2}}.$$

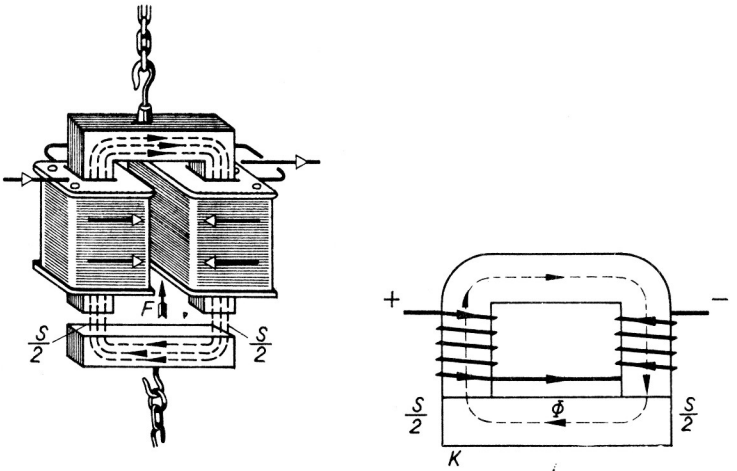
Vježbe

1 Elektromagnetska dizalica tvori magnetski krug (sl. 4-1 a i b). Koliku nosivu silu ima potkovasti elektromagnet, ako njegov ukupni magnetski napon stvara indukciju $B = 1$ T, a nosiva kotva K tijesno prileže, bez zračnog raspora jarmu u ukupnoj dodirnoj površini $S = 2 \cdot 10$ cm $\cdot$ 20 cm $= 400$ cm^2.

Iz formule za nosivost elektromagneta slijedi

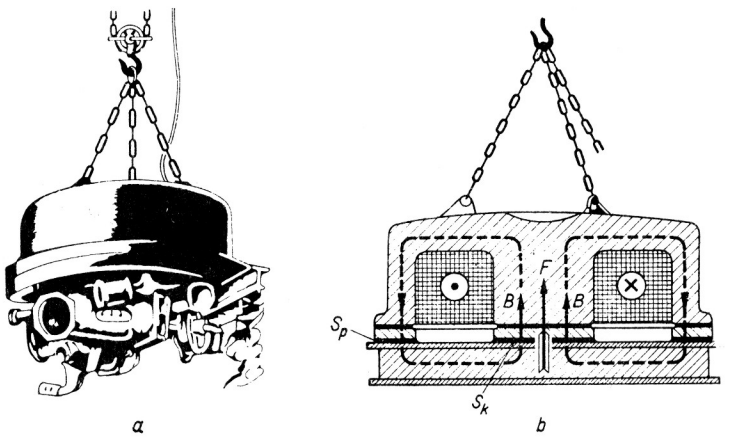
$$F = C \cdot B^2 \cdot S = 3{,}98 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{T^2\,m^2}} \cdot 1^2\,\mathrm{T^2} \cdot 400 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2} = 15\,920\ \mathrm{N}$$

(Potkovasti elektromagnet ima dvije dodirne plohe.)



Slika 4-1

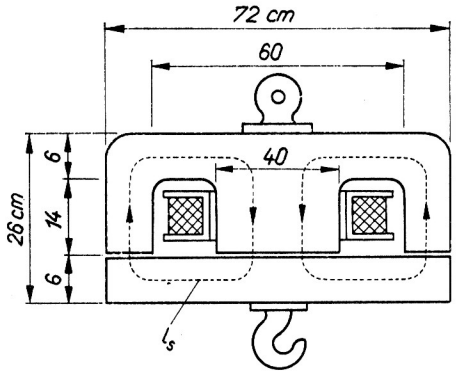
2 Okrugli elektromagnet (sl. 4-2 a, b) od lijevanog čelika ima dimenzije označene na sl. 4-2c. Ta elektromagnetska dizalica mora nositi teret mase 3 tone. Izračunajmo njenu ukupnu dodirnu površinu, ukupni magnetski napon i broj zavoja pri struji magnetiziranja $I = 0{,}5$ A.



Slika 4-2

Težina tereta mase $m = 3\ \text{t} = 3000\ \text{kg}$ iznosi:

$$F = m \cdot g = 3000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 29\,430\ \text{N}.$$



Slika 4—2 c

Dodirna površina sastoji se od kruga jezgre S_K i međukruga plašta S_p. Obje površine približno su jednake. Magnetski tok Φ iz jezgre izlazi i ulazi u plašt

$$S_K = \frac{\pi \cdot (40\ \text{cm})^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 1600\ \text{cm}^2}{4} = 1256\ \text{cm}^2 = 0{,}1256\ \text{m}^2$$

$$S_p = \frac{\pi\,(72^2 - 60^2)\ \text{cm}^2}{4} = \frac{3{,}14}{4}\,(5184 - 3600)\ \text{cm}^2 = 1243{,}5\ \text{cm}^2$$

$$S_p = 0{,}12435\ \text{m}^2$$

$$S = S_K + S_p = 1256\ \text{cm}^2 + 1243{,}5\ \text{cm}^2 = 2499{,}5\ \text{cm}^2 = 0{,}24995\ \text{m}^2$$

$$S \approx 2500\ \text{cm}^2 = 0{,}25\ \text{m}^2.$$

Potrebnu magnetsku indukciju u elektromagnetu izračunat ćemo iz formule za nosivost elektromagneta $F = C \cdot B^2 \cdot S = B^2 \cdot S/2\,\mu_o$:

$$B = \sqrt{\frac{2\,\mu_o F}{S}} = \sqrt{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} 2{,}943 \cdot 10^4\ \text{N}/0{,}25\ \text{m}^2} = 0{,}545\ \text{T}.$$

Pripadna jakost magnetskog polja za lijevani čelik prema krivulji magnetiziranja iznosi:

$$H = 180\ \text{A/m}.$$

Srednja je dužina magnetskog toka na crtežu (sl. 4-2, c):

$$l_s = 2\,(20 + 23)\ \text{cm} = 86\ \text{cm} = 0{,}86\ \text{m}.$$

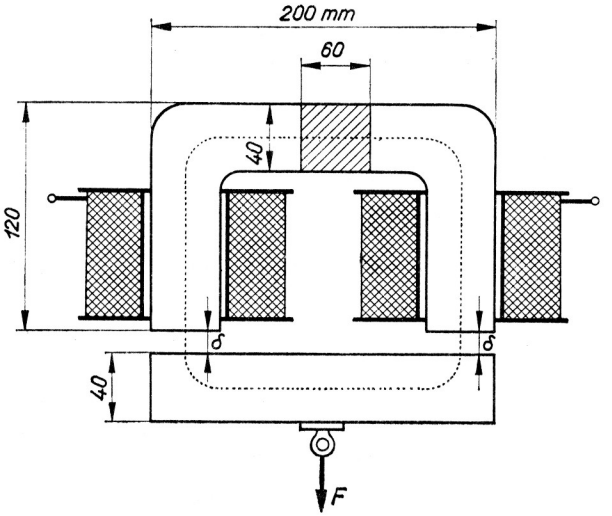
Ukupni magnetski napon iznosi:

$$F_m = H \cdot l_s = 180 \frac{\text{A}}{\text{m}} 0{,}86 \text{ m} = 154{,}8 \text{ A}$$

$$N = \frac{F_m}{I} = \frac{154{,}8 \text{ A}}{0{,}5 \text{ A}} \approx 310.$$

U stvari je ukupni magnetski napon, tj. struja i broj zavoja mnogostruko veći zbog toga što praktički nije moguće mjestimično postići da se kotva i magnet potpuno dodiruju a da ne postoji izvjesni zračni raspor. Zbog toga se kod izračunavanja elektromagneta mora računati s malim zračnim rasporom.

3 Koliki magnetski napon i struju mora imati namot potkovastoga elektromagneta da bi mogao privući kotvu s teretom 200 kg već kod udaljenosti $\delta = 1$ cm. Jedan namot ima 300 zavoja, materijal je željezo, srednju duljina silnica dodirnu površinu izračunat ćemo prema dimenzijama koje su date na sl. 4-3.



Slika 4-3

Dodirna površina elektromagneta iznosi:

$$S = 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2 = 0{,}0048 \text{ m}^2.$$

Potrebna je nosivost elektromagneta

$$F = m \cdot g = 200 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 1962 \text{ N}.$$

Iz jednadžbe $F = C \cdot B^2 S$, gdje je $C = 3{,}98 \cdot 10^5\ \mathrm{N/(T\,m)^2}$, dobit ćemo potrebnu magnetsku indukciju

$$B = \sqrt{\frac{F}{C \cdot S}} = \sqrt{\frac{1962\ \mathrm{N}}{3{,}98 \cdot 10^5\ \mathrm{N\,T^{-2}\,m^{-2}} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^2}}} = 1{,}02\ \mathrm{T}.$$

Jakost magnetskog polja $H_{\check{z}}$ u željezu za indukciju $B = 1{,}02$ T naći ćemo prema krivulji magnetiziranja (sl. 2-2)

$$H_{\check{z}} = 270\ \mathrm{A/m}.$$

Srednja duljina silnica (u željezu) je:

$$l_{\check{z}} = 2\,(16+12)\ \mathrm{cm} = 56\ \mathrm{cm} = 0{,}56\ \mathrm{m}.$$

Magnetski napon potreban za tok u željezu iznosi:

$$H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} = 270\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\ 0{,}56\ \mathrm{m} = 151{,}2\ \mathrm{A}.$$

Jakost magnetskog polja za zračni raspor iznosi:

$$H = B/\mu_0 = 1{,}02\ \mathrm{T}/\mu_0 = 816\,000\ \mathrm{A/m}.$$

Magnetski napon za zračni raspor je

$$H \cdot 2\delta = 816\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \cdot 2 \cdot 0{,}01\ \mathrm{m} = 16\,320\ \mathrm{A}.$$

Ukupni magnetski napon

$$F_m = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} + H \cdot 2\delta = 151{,}2\ \mathrm{A} + 16\,320\ \mathrm{A} \approx 16\,471\ \mathrm{A}.$$

Struja magnetiziranja u namotima iznosi:

$$I = \frac{F_m}{N} = \frac{16\,471\ \mathrm{A}}{2 \cdot 300} \approx 27{,}45\ \mathrm{A}.$$

Pri ukupnom magnetskom naponu 16 471 A ili pri struji $I \approx 28$ A i broju zavoja $2 \cdot 300 = 600$, teret od 200 kg dizalica podigne i pri udaljenosti elektromagneta 1 cm od kotve. Privučena kotva može ponjeti i veći teret ako nema zračnog raspora ($\delta = 0$).

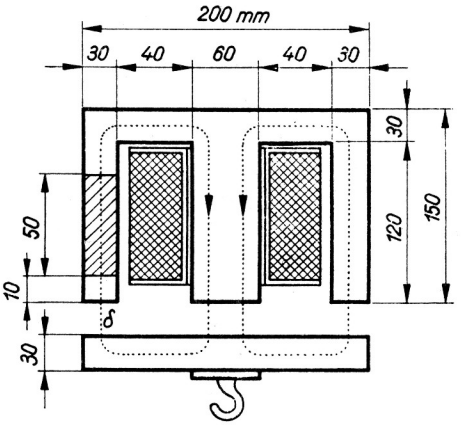
4 Elektromagnetska dizalica na sl. 4-4 ima namot sa 1350 zavoja, napajana je strujom $I = 12$ A. Duljinu srednje silnice u željezu i dodirne površine treba utvrditi iz crteža. Koliko će težak teret podići elektromagnet na udaljenosti od 1 cm od kotve i koliki će teret elektromagnet držati (u priljubljenom stanju)?

$$F = C \cdot B^2 \cdot S; \qquad C = 3{,}98 \cdot 10^5\ \mathrm{N/(Tm)^2}.$$

U formuli za nosivost magneta imamo dvije nepoznanice: B i F.

Treba odrediti magnetsku indukciju B koja bi odgovarala ukupnom magnetskom naponu $I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} + H \cdot 2\delta$, gdje je veliki dio magnetskog napona potreban za $H \cdot 2\delta$

$$I \cdot H \approx H \cdot 2\delta.$$



Slika 4-4

Ukupni magnetski napon je:

$$I \cdot N = 12\ \text{A} \cdot 1350 = 16\,200\ \text{A}.$$

Iz $I \cdot N = H \cdot 2\delta$ i $H = B/\mu_o$ slijedi računanjem

$$B = \frac{\mu_o}{2} \cdot \frac{I \cdot N}{\delta} = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot \frac{16\,200\ \text{A}}{0{,}01\ \text{m}} = 1{,}02\ \text{T}.$$

Odabiremo manju indukciju, $B = 1$ T, zbog toga jer dio magnetskog napona trebamo za svladavanje magnetskog otpora željeza.

Kontrolirajmo približni proračun indukcije 1 T pomoću jednadžbe

$$I \cdot N = H \cdot 2\delta + H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}}.$$

Srednju duljinu silnice izračunat ćemo iz sl. 4-4

$$l_{\check{z}} = 2\,(7+15)\ \text{cm} = 44\ \text{cm} = 0{,}44\ \text{m}.$$

Jakost magnetskog polja $H_{\check{z}}$ za $B = 1$ T naći ćemo iz krivulje magnetiziranja

$$H_{\check{z}} = 260\ \text{A/m}$$

$$I \cdot N' = 2\ \text{cm} \cdot 1\ \text{T}/\mu_o + 2{,}6 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 44\ \text{cm} = 16\,000\ \text{A} + 114{,}4\ \text{A}$$

$$I \cdot N' = 16\,114{,}4\ \text{A}.$$

Magnetski napon $I \cdot N' = 16\,114{,}4$ A potreban za indukciju $B = 1$ T nešto je manji od zadanog $I \cdot N = 16\,200$ A. To znači da će u stvari indukcija biti nešto veća nego 1 T, a time će i nosivost biti veća praktički zanemariva vrijednost.

Treba još izračunati cijelu dodirnu površinu elektromagneta (sl. 4-4)

$$S = 6\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} + 2 \cdot 5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 60\text{ cm}^2 = 0{,}0060\text{ m}^2.$$

Elektromagnet će podići tada iz udaljenosti od 1 cm teret silom

$$F = C \cdot B^2 S = 3{,}98 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{T}^2\,\text{m}^2} 1^2\,\text{T}^2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2 = 2390\,\text{N}$$

Nakon što je kotva s teretom mase $m = 244$ kg privučena, možemo natovariti na dizalicu daljnji teret, jer tada praktički više nema zračnog raspora.

Sada je ukupni magnetski napon $I \cdot N$ potreban samo u željezu, pa će zato jakost magneskog polja biti drugačija, veća:

$$I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}}$$

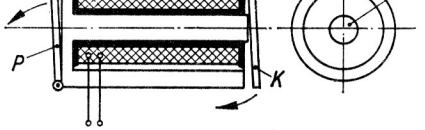
$$16\,200\text{ A} = H_{\check{z}}\,44\text{ cm}$$

$$H_{\check{z}} = \frac{16\,200\text{ A}}{44\text{ cm}} = 368\text{ A/cm} = 36\,800\text{ A/m}.$$

Pri toj jakosti magnetskog polja željezo je još praktički nezasićeno, a odgovarajuća indukcija je približno 2 T. Nosivost elektromagneta će porasti s kvadratom indukcije

$$F = 2390\,\text{N}\,(2\,\text{T}/1\,\text{T})^2 = 2390\,\text{N} \cdot 4 = 9560\,\text{N}.$$

5 Signalni relej se sastoji od valjkastog elektromagneta s padalicom i kotvom K koja se, aktivirana strujom elektromagneta priljubi uz jezgru i otpusti padalicu P pa se pokaže neki broj (sl. 4-5).



Slika 4-5

Ukupni magnetski napon $I \cdot N$ iznosi 120 A, zračni raspor $\delta = 0{,}1$ cm, a dodirna površina srednjeg kruga $S = 2$ cm². Izračunajmo silu releja (približno)

$$F = C \cdot B^2\,S; \qquad C = 3{,}98 \cdot 10^5\,\text{N/T}^2\text{m}^2.$$

Nepoznata indukcija B se grubo izračuna iz jednadžbe

$$I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} + H \cdot 2\delta.$$

Magnetski napon $H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}}$ neka tvori 15% od $I \cdot N$, tj. 18 A:

$$I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} = H \cdot 2\delta$$

$$(120 - 18)\ \mathrm{A} = H \cdot 0{,}2\ \mathrm{cm}$$

$$H = \frac{102\ \mathrm{A}}{0{,}2\ \mathrm{cm}} = 510\ \mathrm{A/cm} = 51\,000\ \mathrm{A/m}.$$

Iz jakosti magnetskog polja H izračunat ćemo indukciju B

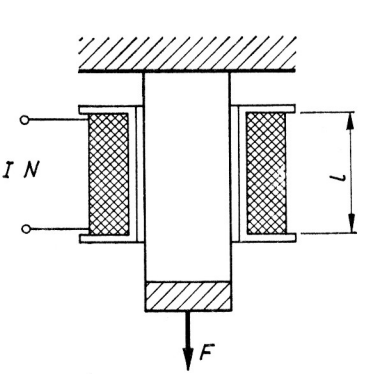
$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}\ 51\,000\ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} = 0{,}0641\ \mathrm{T}.$$

Nakon uvrštenja, dobit ćemo:

$$F = C \cdot B^2 S = 3{,}98 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{T^2\ m^2}} (0{,}0641\ \mathrm{T})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2} = 0{,}327\ \mathrm{N}$$

6 Elektromagnet u obliku štapa (sl. 4-6) ima namot duljine $l = 15$ cm, s 400 zavoja kojima teče struja jakosti 5 A. Željezna jezgra ima presjek (dodirnu površinu) $S = 10\ \mathrm{cm^2}$. Kolika je masa feromagnetskog predmeta koji može nositi elektromagnet?

$$m = \frac{F}{g} = \frac{C}{g} B^2 S.$$



Slika 4-6

Iz magnetskog napona treba izračunati indukciju B u namotu:

$$I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}}.$$

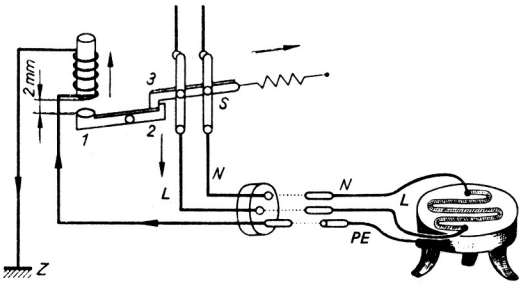
$5\ \text{A} \cdot 400 = H_{\check{z}} \cdot 0{,}15\ \text{m}$ (ne duljina jezgre već duljina namota, iz čega slijedi

$$H_{\check{z}} = \frac{5\ \text{A} \cdot 400}{0{,}15\ \text{m}} = 13\,333 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Toj jakosti magnetskog polja odgovara prema krivulji magnetiziranja indukcija u željezu $B = 1{,}8$ T

$$m = \frac{3{,}98 \cdot 10^5\ \text{N/(Tm)}^2}{9{,}81\ \text{m/s}^2} (1{,}8\ \text{T})^2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 131\ \text{kg}.$$

7 Elektromagnetska zaštitna sklopka automatski iskapča preveliku, opasnu struju, koja bi se stvorila pri kratkom spoju. Elektromagnetski automat iskapča već pri struji 10 A, koja prođe namotom sa 100 zavoja. Kotva, koju privlači elektromagnet, nalazi se u udaljenosti $\delta = 0{,}2$ cm od jezgre elektromagneta presjeka $S = 1\ \text{cm}^2$. Izračunajmo (približno) privlačnu silu elektromagneta (sl. 4-7)!



Slika 4-7

Nepoznatu indukciju B, potrebnu u jednadžbi $F = C \cdot B^2 S$, izračunat ćemo iz magnetskog napona

$$I \cdot N = H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}} + H \cdot \delta$$

$H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}}$ neka bude oko 15% od $I \cdot N$, tj. 150 A

$$10\ \text{A} \cdot 100 = 150\ \text{A} + \text{H} \cdot 2\ \text{mm},$$

iz čega je

$$H = \frac{850\ \text{A}}{0{,}2\ \text{cm}} = 4250\ \text{A/cm} = 425\,000\ \text{A/m}.$$

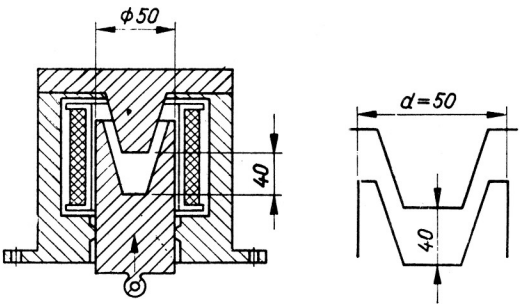
Jakosti magnetskog polja H odgovara u zračnom rasporu indukcija

$$B = \mu_o \cdot H = \mu_o \cdot 425\,000\ \text{A/m} = 0{,}532\ \text{T}$$

$$F = 3{,}98 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{T}^2\ \text{m}^2} (0{,}53\ \text{T})^2 \cdot 1 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 11{,}3\ \text{N}$$

(Struja će automatski biti iskopčana, na primjer, ako faza L u kuhalu dodirne kućište, tj. treći vodič *PE*. Struja teče označenim putom namotom, privuče kotvu 1, oslobodi držač 2 i zub 3 koji privuče opruga i time se iskopča sklopka *S*. Treća žica *PE* je spojena iz razloga sigurnosti, kako kućište pri kratkom spoju ne bi došlo pod napon. Treći vodič pri doticaju spirale na kućište stvori kratki spoj, ali struja ne može postići opasnu vrijednost zbog toga što elektromagnet iskapča već nešto malo iznad normalne struje.)

8 Istosmjerni elektromagnet za kočenje, prema sl. 4-8, ima pomičnu jezgru udaljenu $\delta = 40$ mm od fiksne jezgre. Ukupni promjer dodirnih kružnih površina je $d = 50$ mm. Jezgra biva privlačena u namot silom 50 kp. Magnetski krug, sličan okrugloj elektromagnetskoj dizalici, ima srednju duljinu silnice $l_ž = 40$ cm. Treba izračunati magnetski napon i struju ako namot ima 3000 zavoja!



Slika 4-8

Zadane su vrijednosti

$$d = 5 \text{ cm}, \quad \delta = 4 \text{ cm}, \quad l_ž = 40 \text{ cm}.$$

Površina dodirnih ploha jednaka je krugu kojemu je promjer $d = 5$ cm.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14}{4} \cdot 25 \text{ cm}^2 = 19{,}6 \text{ cm}^2.$$

Potrebni magnetski napon $I \cdot N$ izračunat ćemo iz indukcije B, a nju iz jednadžbe

$$F = C \cdot B^2 S, \text{ gdje je } F = 491 \text{ N}$$

$$B = \sqrt{\frac{F}{C \cdot S}} = \sqrt{\frac{491 \text{ N}}{3{,}98 \cdot 10^5 \text{ NT}^{-2}\text{m}^2 \cdot 19{,}6 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}} = 0{,}793 \text{ T}.$$

Magnetski napon iznosi:

$$I \cdot N = H_ž \cdot l_ž + H \cdot \delta.$$

Magnetski napon za željezo $H_{\check{z}} \cdot l_{\check{z}}$ uzimamo 15% od $I \cdot N$:

$$I \cdot N = 0{,}15\, I \cdot N + H \cdot \delta$$

$$0{,}85\, I \cdot N = H \cdot \delta = B \cdot \delta / \mu_o$$

$$I \cdot N = \frac{B \cdot \delta}{0{,}85\, \mu_o} = \frac{0{,}793\ \mathrm{T} \cdot 0{,}04\ \mathrm{m}}{0{,}85 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}} = 29\,800\ \mathrm{A}.$$

Struja magnetiziranja iznosi:

$$I = \frac{I \cdot N}{N} = \frac{29\,800\ \mathrm{A}}{3000} \approx 10\ \mathrm{A}.$$

Uz 3000 zavoja namota potrebno je oko 10 A da bi jezgra na početku privlačila silom 50 kp za kočenje (npr. pri električnim vozilima, dizalicama i sl.)

Zadaci

1. Potkovasti elektromagnet prema sl. 4-1b mora držati teret silom $F = 250$ kp. Koliki mora biti presjek S jednoga pola ako računamo s magnetskom indukcijom $B = 1{,}2$ T ($S/2 = 21$ cm^2)?

2. Koliku nosivost ima permanentni magnet u obliku štapa, kojemu je presjek 6×8 cm, ako mu je magnetska indukcija $B = 0{,}3$ T ($m = 17{,}5$ kg)?

UČINCI ELEKTROMAGNETSKIH SILA

5. Sila između dva vodiča kojima teku struje

Pravila i formule

Dva se vodiča kojima teku struje I_1 i I_2 u istom smjeru privlače. Vodiči kojima teku struje suprotnim smjerovima odbijaju se.

Privlačna, odnosno odbojna elektrodinamička sila F između dva vodiča kojima teku struje proporcionalna je umnošku obiju struja

$$F \sim I_1 \cdot I_2.$$

Sila F direktno je proporcionalna dužini l vodiča, a indirektno proporcionalna razmaku a među vodičima

$$F \sim I_1 \cdot I_2 \frac{l}{a}.$$

Simbol $\sim$ označuje proporcionalnost.

Ako se vodiči nalaze u vakuumu (zraku), sila se računa pomoću jednadžbe

$$F = \frac{\mu_o}{2\pi} I_1 \cdot I_2 \frac{l}{a},$$

gdje je $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m magnetska konstanta.

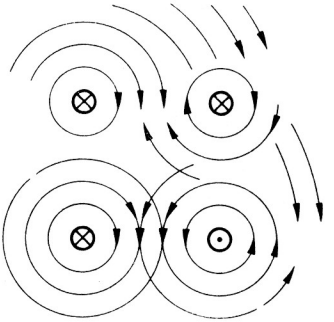
Vježbe

1 Zašto se dva vodiča, kojima struje teku u istom smjeru privlače, a kojima teku u suprotnim smjerovima odbijaju?

Na sl. 5-1 označeni su presjeci dvaju parova vodiča, jednom sa strujama u istom smjeru, a drugom sa strujama u suprotnim smjerovima. Prema pravilu vadičepa odredimo smjer magnetskih polja u prostoru između vodiča i pored njih.

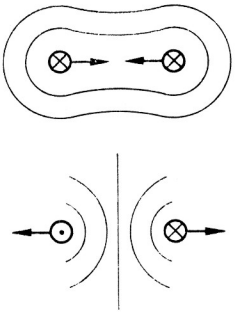
U prvom slučaju, pri strujama koje teku u istom smjeru, magnetsko se polje između vodiča u sredini poništava, a pokraj vodiča pojačava. To dovodi do toga da se u tom slučaju vodiči privlače.

U drugom slučaju, kada vodičima teku struje u suprotnim smjerovima, magnetsko se polje između vodiča pojačava a pokraj vodiča slabi. Vodiči se zbog toga odbijaju.

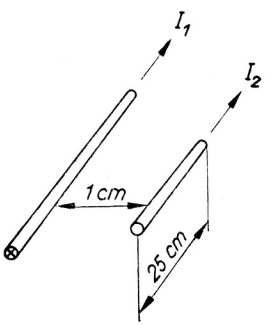


Slika 5-1

2 Na sl. 5-2 označene su silnice rezultirajućih polja od dva para vodiča; u prvom paru teku struje u istom smjeru, a u drugom paru teku struje u suprotnim smjerovima. Označite strelicama na svakoj silnici smjer magnetskog polja, i to pomoću pravila vadičepa.



Slika 5-2



Slika 5-3

3 Kolikom silom privlači vodič dužine $l=25$ cm kojim teče struja $I_1=200$ A drugi vodič sa strujom $I_2=150$ A, ako su vodiči međusobno udaljeni $a=1$ cm (sl. 5-3)?

$$F=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}}{2\pi}\,200\ \mathrm{A}\cdot 150\ \mathrm{A}\cdot 25\ \mathrm{cm}/1\ \mathrm{cm}=0{,}15\ \mathrm{H\,A^2/m}.$$

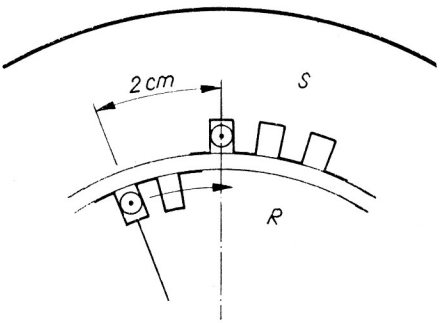
Budući da među jedinicama postoje odnosi $H = Wb/A = Vs/A$, $H\,A^2/m = VAs/m$ $J = VAs$, $N = J/m$, $HA^2/m = N = \text{newton}$, to je

$$F = 0{,}15\,HA^2/m = 0{,}15\,N.$$

4 Kolikom silom se privlače dva vodiča u utorima statora S i rotora R asinhronog motora, ako su dugački 30 cm i međusobno udaljeni 2 cm između sebe i ako njima teku struje $I_S = 50$ A i $I_R = 40$ A (sl. 5-4)?

$$F = \frac{\mu_o}{2\pi} I_S \cdot I_R \frac{l}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}\, 50\,\text{A} \cdot 40\,\text{A} \frac{30\,\text{cm}}{2\,\text{cm}}.$$

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}\, 2000\,\text{A}^2 \cdot 15 = 6 \cdot 10^{-3}\,\text{N} = 6\,\text{mN}.$$



Slika 5-4

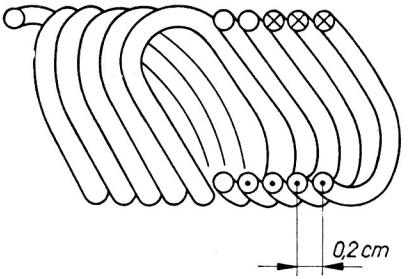
U stvari sila je mnogo veća, jer je međuprostor između vodiča djelomično ispunjen željezom (μ_r!). Dalje, na vodič u rotoru djeluje mnogo vodiča statora smještenih po obodu u manjoj ili većoj udaljenosti.

5 Kolika je privlačna sila između dva zavoja zavojnice kojom teče struja jakosti 100 A, ako je promjer zavoja 2 dm, a udaljenost između središta presjeka dvaju susjednih zavoja 0,2 cm (sl. 5-5)?

$$F = \frac{\mu_o}{2\pi} I_1 \cdot I_2 \frac{d}{a} = \frac{\mu_o}{2\pi} I^2 \frac{d}{a}$$

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}\, (100\,\text{A})^2 \frac{2\,\text{dm}}{0{,}2\,\text{cm}} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 10^4\,\text{A}^2 \frac{20}{0{,}2} = 0{,}2\,\text{N}.$$

Na svaki zavoj, npr. u sredini zavojnice, ne djeluje samo jedan susjedni zavoj već i drugi susjedni zavoj te svi daljni zavoji, pa je, prema tome, privlačna sila mnogo veća od one koju smo približno izračunali. Sile među zavojima uzrokuju deformacije, naročito pri trajnijim kratkim spojevima transformatora i električkih strojeva.



Slika 5-5

Opasnost od kratkog spoja nije samo u tome što može da izgori izolacija i vodič, već u tome što ta struja može mehanički potpuno razoriti stroj, npr. u rasklopnom postrojenju dvije sabirnice pri kratkom spoju privlače se velikim deformacijskim silama (vidi zadatak 1).

6 Izračunajte s kolikom se silom privlače vodiči u zraku dugački 1,5 m, međusobno udaljeni 500 mm. Jednim vodičem prolazi struja od 1000 A, a drugim vodičem struja od 1500 A.

$$F=\frac{2I_1I_2l}{a}\cdot 10^{-7}=\frac{2\cdot 1000\cdot 1500\cdot 1{,}5\cdot 10^{-7}}{0{,}5}=0{,}9\,\mathrm{N}.$$

Zadaci

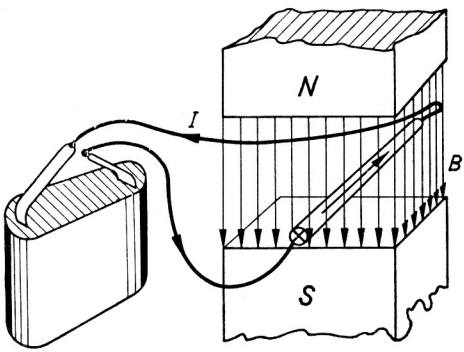
1. Kolikom silom se privlače dvije sabirnice dužine 10 m međusobno udaljene 15 cm pri kratkom spoju ($I=25$ kA) (9000 N)?

2. Kolikom silom privlači vodič kojim teče struja $I_1=250$ A drugi vodič dužine 20 cm kojim teče struja $I_2=300$ A ako su međusobno udaljeni 1 cm (0,3 N)?

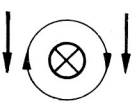
6. Sila na vodič kojim teče struja u magnetskom polju

Pravila i formule

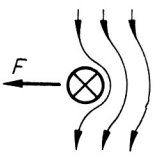
Vodič kojim teče struja i koji se nalazi u magnetskom polju potiskivan je iz polja određenom silom (sl. 6-1). Oko vodiča se stvara kružno magnetsko polje koje na jednoj strani zbrajamo s poljem magneta, a na drugoj strani odbijamo (sl. 6-1a). Rezultirajuće polje oko vodiča ima oblik prema sl. 6-1b. Nastaje sila F koja nastoji pomaknuti vodič na stranu oslabljenog polja. Pri obrnutom smjeru struje nego što je onaj na sl. 6-1 nastane pomak vodiča udesno.



Slika 6-1



Slika 6-1a



Slika 6-1b

Smjer pomaka vodiča određujemo pravilom lijeve ruke. Neka magnetski tok (silnice magneta) pada na dlan lijeve ruke, ispruženi prsti neka pokazuju smjer struje u vodiču, pa će palac pokazati pomak vodiča.

Smjer pomaka možemo odrediti i prema stvaranju oslabljenog ili pojačanog polja (sl. 6-1a, i 6-1b).

Sila F, koja potiskuje vodič okomito na smjer magnetskog toka proporcionalna je indukciji magneta B, struji u vodiču I i dužini vodiča l

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

(Navedene formule i pravila opisuju princip djelovanja elektromotora.)

Vježbe

1 S kolikom silom F potiskuje magnetsko polje indukcije $B=0{,}9$ T, 20 cm dugi vodič kojim teče struja $I=100$ A (sl. 6-1)?

$$F=B\cdot I\cdot l=0{,}9\ \mathrm{T}\cdot 100\ \mathrm{A}\cdot 0{,}2\ \mathrm{m}=18\ \mathrm{N}$$

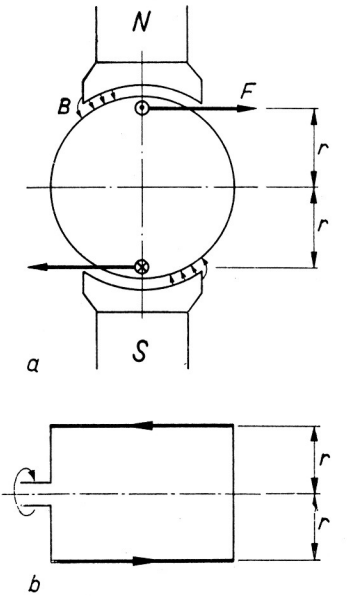
2 Kolika mora biti jakost magnetskog polja u zračnom rasporu da bi na vodič dužine 10 cm, kojim teče struja 20 A, djelovala sila 1 N?

$$F=B\cdot I\cdot l,\quad B=\mu_o\cdot H,\quad F=\mu_o\cdot H\cdot I\cdot l,\quad H=\frac{F}{\mu_o\cdot I\cdot l}$$

$$H=\frac{1\ \mathrm{N}}{4\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H\,m^{-1}}\cdot 20\ \mathrm{A}\cdot 0{,}1\ \mathrm{m}}=\frac{1\ \mathrm{N}}{8\pi\cdot 10^{-7}\ \mathrm{HA}}=3{,}98\cdot 10^{5}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}=3980\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}.$$

Do jedinice A/m došli smo računanjem N=J/m=VAs/m, H=Wb/A=Vs/A, dakle N/(HA)=VAs/m: (Vs)=A/m.

3 Na željeznom rotoru, promjera 6 cm, nalaze se dva vodiča koji tvore zavoj (sl. 6-2). Koliki će moment razviti rotor pri indukciji u zračnom rasporu $B=0{,}4$ T, ako vodičima koji su 10 cm dugački teče struja $I=5$ A (sl. 6-2a)?



Slika 6-2

Sila koja potiskuje jedan vodič iznosi:

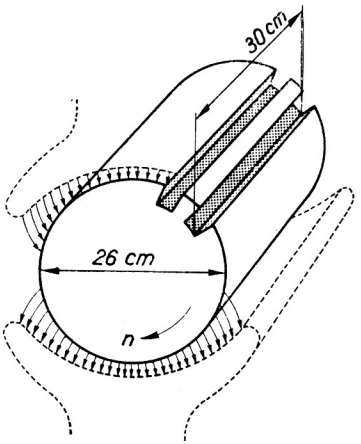
$$F = B \cdot I \cdot l = 0{,}4\ \mathrm{T} \cdot 5\mathrm{A} \cdot 0{,}1\ \mathrm{m} = 0{,}2\ \mathrm{N}.$$

Ukupni momenat (moment obaju vodiča) je:

$$M = 2\,F \cdot r = 2 \cdot 0{,}2\,\mathrm{N} \cdot 3\,\mathrm{cm} = 1{,}2\ \mathrm{Ncm} = 0{,}012\,\mathrm{Nm}.$$

(Prema pravilu desne ruke nalazimo da je gornji vodič potiskivan udesno. a donji ulijevo. Dužinu vodiča u magnetskom polju zovemo aktivnom dužinom, Samo oni vodiči koji se nalaze u magnetskom polju su aktivni vodiči.)

4 Rotor elektromotora ima promjer 26 cm i dužinu 30 cm, što je ujedno i dužina vodiča kojih je ukupno 200. Indukcija iznosi $B = 0{,}6$ T. Koliku struju trebamo privesti motoru da bi njegova snaga bila 5 kW pri 1500 okretaja u minuti (sl. 6-3)?



Slika 6-3

Vodiče potiskuje sila:

$$F = N \cdot B \cdot I \cdot l$$

Snaga = sila × obodna brzina rotora (vodiča)

$$P = F \cdot v, \qquad \text{gdje} \quad v = \pi \cdot D \cdot n$$

$$P = N \cdot B \cdot I \cdot l \cdot \pi \cdot D \cdot n$$

$$I=\frac{P}{N\cdot B\cdot l\cdot\pi\cdot D\cdot n}=\frac{5000\ \mathrm{W}}{200\cdot 0{,}6\ \mathrm{T}\cdot 0{,}3\ \mathrm{m}\cdot\pi\cdot 0{,}26\ \mathrm{m}\cdot 1500/\mathrm{min}}$$

$$I=\frac{50\ \mathrm{W}}{1{,}2\ \mathrm{T}\cdot 0{,}3\cdot\pi\cdot 0{,}26\ \mathrm{m}^2\cdot 1500/(60\ \mathrm{s})}=6{,}8\ \mathrm{A}.$$

5 Elektromotoru iz prednjeg primjera koji dobiva struju $I=6{,}8$ A treba povisiti snagu na 6 kW. Kolika mora biti indukcija B u zračnom rasporu, ako svi ostali podaci ostaju nepromijenjeni (sl. 6-3)?

Veličine N, I, l, D i n ostaju, dakle, nepromijenjene. Označimo li indeksom 1 veličine iz prethodnog primjera ($P_1=5$ kW, $B_1=0{,}6$ T), a indeksom 2 veličine iz ovog primjera ($P_2=6$ kW, $B_2=?$), dobivamo dvije jednadžbe

$$P_1=N\cdot B_1\cdot I\cdot l\cdot\pi\cdot D\cdot n, \qquad P_2=N\cdot B_2\cdot I\cdot l\cdot\pi\cdot D\cdot n.$$

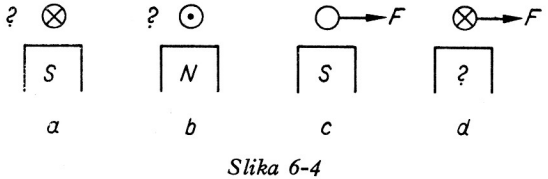
Međusobnom podjelom ovih jednadžbi slijedi

$$\frac{P_1}{B_1}=\frac{P_2}{B_2}, \quad \text{odnosno} \quad B_2=B_1\frac{P_2}{P_1}$$

$$B_2=0{,}6\ \mathrm{T}\frac{6\ \mathrm{kW}}{5\ \mathrm{kW}}=0{,}72\ \mathrm{T}.$$

(Veća snaga motora zahtijeva veću silu; zato je potrebna veća indukcija B. Za tu indukciju pomoću krivulje magnetiziranja utvrdit ćemo jakost magnetskog polja, zatim ćemo izračunati magnetski napon i na kraju veću struju magnetiziranja. U stvarnosti proračun nije tako jednostavan, budući da se moraju uzeti u obzir stanoviti detalji).

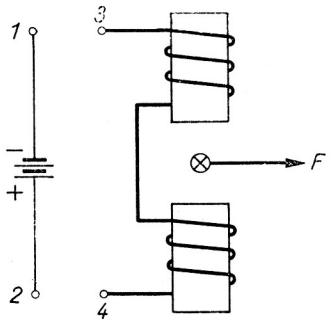
6 Pravilom lijeve ruke treba na sl. 6-4 pronaći u slučaju a) i b) smjer potiskivanja vodiča; u slučaju c) smjer struje u vodiču; u slučaju d) polove magneta:



Slika 6-4

(a — potisak ulijevo; b — potisak ulijevo; c — struja ima smjer prema nama; d — dolje je sjeverni pol.)

7 Kako treba da spojimo bateriju s namotom za magnetiziranje da bi na vodič u kome teče struja od nas djelovala sila F kojoj je smjer udesno (sl. 6-5)?

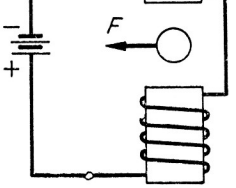


Slika 6-5

Rješenje:

Pravilom lijeve ruke utvrdit ćemo polove magneta; tada će iznad vodiča biti sjeverni pol. Nakon toga moramo dovesti struju iz baterije, tako da donji magnet dobije sjeverni pol. Ovdje nam opet pomaže pravilo desne ruke, palac pokazuje sjeverni pol, a pozitivni smjer struje u namotu pokazuju prsti — udesno. Struja tada teče od stezaljke 4 na stezaljku 1, tj. teći će u minus pol baterije. Iz stezaljke 2 teče prema stezaljki 3.

8 Kakav treba da je smjer struje kroz vodič da bi nastao potisak F vodiča ulijevo (sl. 6-6)?



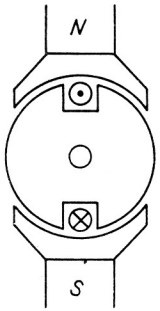
Slika 6-6

Rješenje:

Najprije ćemo strelicama označiti smjer struje u namotima. Zatim ćemo pomoću pravila desne ruke odrediti polove elektromagneta. Prsti desne ruke koja drži sjeverni pol, pokazuje smjer struje. Palac pokazuju sjeverni pol koji je gore.

Pravilo lijeve ruke nam kaže da struja u vodiču mora imati smjer od nas. Na vodič ucrtamo križić.

9 Treba ustanoviti i označiti smjer okretanja motora na sl. 6-7.

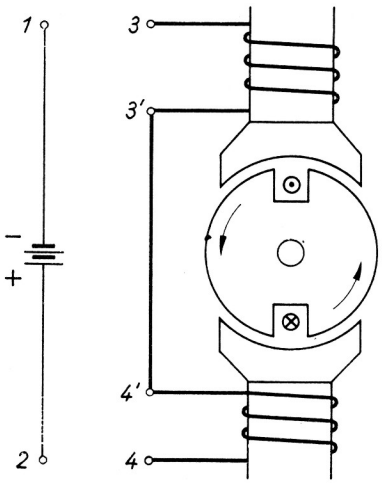


Slika 6-7

Rješenje:

Smjer vrtnje istovetan je sa smjerom potiska vodiča. Pravilom lijeve ruke utvrdit ćemo da je gornji vodič potiskivan udesno, a donji vodič ulijevo. Sile koje djeluju na vodiče tvore par sila koji okreće rotor.

10 Kako treba spojiti bateriju (izvor istosmjerne struje magnetiziranja) s elektromagnetima, da bi se rotor započeo vrtjeti označenim smjerom, prema sl. 6-8, uz zadane smjerove struje u vodičima?



Slika 6-8

Rješenje:

Pravilom lijeve ruke odredit ćemo potrebni polaritet polova za zadani smjer struje u vodičima; donji pol je sjeverni. Pravilom desne ruke označit ćemo radi pronalaženja polova strelicama smjer struje u namotima. Prsti će nam pokazati da je u donjem namotu smjer struje udesno. Struja mora tada dolaziti na stezaljku 4′ a iz stezaljke 4 odlaziti. Tada ćemo spojiti stezaljke u smjeru struje: 2, 3, 3′, 4′, 4 i 1.

Zadaci

1. Kolika sila djeluje na vodič u magnetskom polju prema sl. 6-1 uz vrijednosti $B = 0{,}8\ \mathrm{T}$, $l = 30\ \mathrm{cm}$ i $I = 150\ \mathrm{A}$ ($F = 36\ \mathrm{N}$)?

2. Kolika sila djeluje na jedan štap rotorskog namota elektromotora prema sl. 6-2 i 6-3, ako je $l = 25\ \mathrm{cm}$, $I = 35\ \mathrm{A}$ i $B = 0{,}7\ \mathrm{T}$ ($F = 6\ \mathrm{N}$)?

ELEKTROMAGNETSKA INDUKCIJA

7. Induciranje napona

Pravila i formule

Elektromagnetska indukcija je način stvaranja napona. Ona je najefikasniji i najraširenij način proizvodnje električne energije. Pomoću elektromagnetske indukcije pretvaramo u električnim strojevima mehaničku i magnetsku energiju u električnu. Elektromagnetskom indukcijom stvara se u vodiču (namotu) inducirani napon koji uzrokuje električnu struju ako krug zatvorimo.

Inducirani napon nastaje, na primjer, u vodiču (namotu), koji se *giblje* u magnetskom polju i pri tome presijeca magnetski tok. Inducirani je (unutrašnji) napon U_i, stvoren u vodiču koji se u magnetskom polju giba okomito na magnetski tok, to veći, što je veća indukcija B magnetskog polja, što je veća efektivna dužina vodiča l i što je veća brzina vodiča v.

$$U_i = B \cdot l \cdot v.$$

Najčešće napon induciramo *promjenom magnetskog toka* unutar petlje (zavoja). Promjenu toka Φ možemo postići promjenom struje, koja taj tok stvara (npr. kod transformatora), gibanjem magneta uz namot (npr. kod izmjeničnog generatora) ili gibanjem namota u magnetskom polju (npr. kod dinama).

Vrijednost napona U_i induciranog u petlji ovisi o vrijednosti promjene toka Φ i vremenu Δt u kojem se ta promjena ostvarila.

$$U_i = \frac{\textit{promjena magnetskog toka}}{\textit{trajanje promjene}} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Ako se namot sastoji od N zavoja, u njemu se inducira napon

$$U_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} N.$$

Smjer induciranog napona stvorenog gibanjem vodiča u magnetskom polju određujemo pravilom desne ruke: ako tok pada na dlan desne ruke, a palac pokazuje smjer gibanja vodiča, onda ispruženi prsti pokazuju smjer induciranog napona (struje).

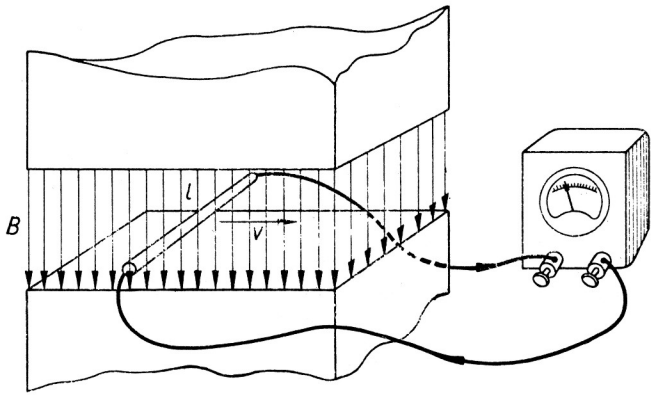
Vježbe

a) Izračunavanje induciranog napona kada se vodič giblje u magnetskom polju

1 Koliki će biti inducirani napon u vodiču dužine $l=25$ cm, koji se giblje u magnetskom polju indukcije $B=0{,}8$ T brzinom $v=5$ m/s (sl. 7-1)?

$$U_i = B \cdot l \cdot v$$

$$U_i = 0{,}8\ \text{T} \cdot 0{,}25\ \text{m} \cdot 5\ \text{m/s} = 1\ \text{Tm}^2/\text{s} = 1\ \text{V}.$$



Slika 7-1

Kolika će struja teći vodičem i kolika je snaga ako vodič priključimo na ampermetar (otpor takvog strujnog kruga neka je 0,25 Ω)?

$$I = \frac{U_i}{R} = \frac{1\ \text{V}}{0{,}25\ \Omega} = 4\ \text{A}$$

$$P = U_i \cdot I = 1\ \text{V} \cdot 4\ \text{A} = 4\ \text{VA} = 4\ \text{W}.$$

2 Koliki se napon inducira u vodiču smještenom u magnetsko polje indukcije $B=1$ T, ako je dugačak $l=30$ cm i ako se rotor, na kojemu se taj vodič nalazi, okreće brzinom vrtnje 3000 l/min, a promjer rotora iznosi 20 cm (sl. 7-2)?

Brzina vodiča iznosi:

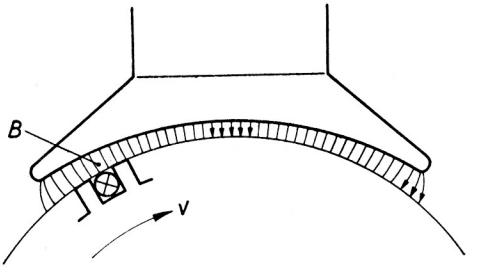
$$v = \pi d \cdot n = 3{,}14 \cdot 0{,}2\ \text{m} \cdot 3000\ \text{o/min} = 3{,}14 \cdot 600\ \text{m/(60s)} = 31{,}4\ \text{m/s}$$

$$U_i = B \cdot l \cdot v = 1\ \text{T} \cdot 0{,}3\ \text{m} \cdot 31{,}4\ \text{m/s} = 9{,}42\ \text{V}.$$

3 Priključimo žicom vodič iz predašnjeg primjera na zatvoreni strujni krug kojemu je otpor 0,5 Ω. Kolika će struja teći vodičem i kolika se snaga pri tom razvija? Kolika sila treba djelovati da bi se vodič kojim teče struja gibao u magnetskom polju (sl. 7-1, 7-2)?

$$I = \frac{U_i}{R} = \frac{9{,}42\ \text{V}}{0{,}5\ \Omega} = 18{,}84\ \text{A}$$

$$P = U_i \cdot I = 9{,}42\ \text{V} \cdot 18{,}84\ \text{A} \approx 177{,}5\ \text{W}.$$



Slika 7-2

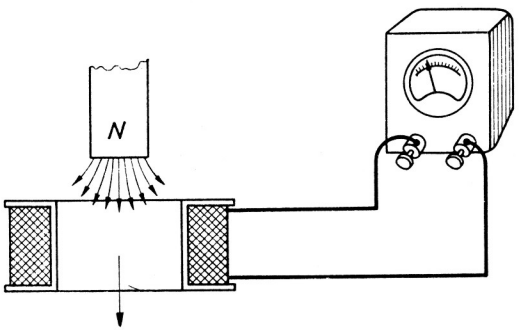
Vodič kojim teče struja treba potiskivati u smjeru gibanja v silom $F = P/v$ (iz mehanike znamo da je $P = F \cdot v$). Budući da je $U_i = B \cdot l \cdot v$, $P = U_i \cdot I = B \cdot l \cdot v \cdot I$ to usporedbom sa $P = F \cdot v$ slijedi $B \cdot l \cdot v \cdot I = F \cdot v$, odakle je

$$F = I \cdot B \cdot l$$

$$F = 18{,}84\ \text{A} \cdot 1\ \text{T} \cdot 0{,}3\ \text{m} = 5{,}652\ \text{N}$$

b) Izračunavanje induciranog napona promjenom magnetskog toka

4 Magnet u obliku štapa, iz kojega izlazi tok $\Phi = 1$ mWb $= 0{,}001$ Wb, stavimo u zavojnicu u toku 1/10 sekunde. Koliki će se napon inducirati u zavojnici sa 1000 zavoja (sl. 7-3)?



Slika 7-3

U zavojnici nije bilo magnetskog toka sve dok nismo u nju stavili magnet, a kad smo ga stavili, za 1/10 sekunde u zavojnici je tok porastao od nule na $\Phi = 1$ mWb. Promjena toka je

$$\Delta\Phi = 0{,}001 \text{ Wb}$$

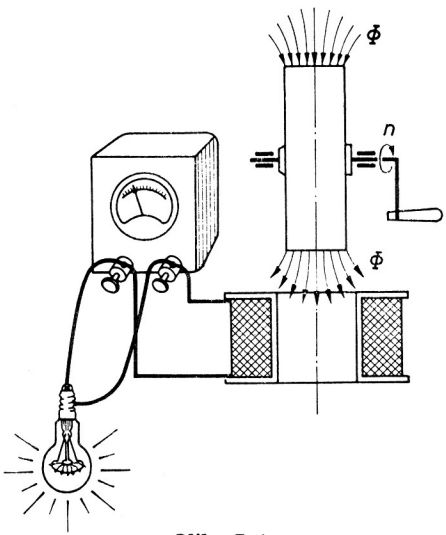
a trajanje promjene $\Delta t = 0{,}1$ s:

$$U_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} N = \frac{0{,}001 \text{ Wb}}{0{,}1 \text{ s}} 1000 = 10 \frac{\text{Vs}}{\text{s}} = 10 \text{ V}.$$

(Pri slabijem magnetu potrebna je zavojnica s velikim brojem zavoja ili brže gibanje magneta da bi normalni ampermetar pokazao dovoljno velik otklon.)

5 Iznad zavojnice koja ima 500 zavoja vrtimo permanentni magnet s magnetskim tokom $\Phi = 0{,}0008$ Wb i brzinom vrtnje 300 okretaja u minuti. Koliki se napon U_i inducira u zavojnici u toku polovice svakog okretaja (sl. 7-4)?

$$n = 300 \frac{1}{\text{min}} = \frac{300\ 1}{60 \text{ s}} = 5 \frac{1}{\text{s}}.$$



Slika 7-4

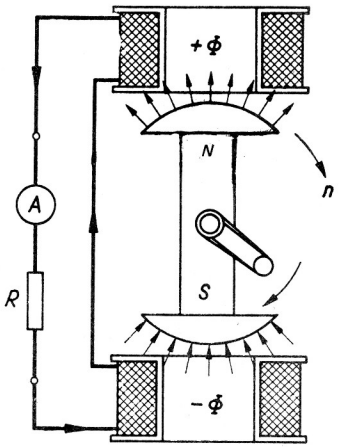
Za 1/2 okretaja potrebna je 1/10 sekunde. Za to vrijeme povrh zavojnice će proći sjeverni pol, neutralna zona i južni pol. Za 1/10 sekunde kroz zavojnicu će

prolaziti $+0{,}0008$ Wb, zatim 0 i konačno $-0{,}0008$ Wb. Za 1/10 sekunde promjena će toka iznositi $=+0{,}000\,8$ Wb $-(-0{,}0008)$ Wb.

$$=0{,}0016 \text{ Wb}$$

$$U_i=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N=\frac{0{,}0016 \text{ Wb}}{0{,}1 \text{ s}}\cdot 500=8 \text{ V}.$$

6 Koliki se napon inducira u toku svake polovice okretaja u dvije zavojnice sa po 500 zavoja u kojima se okreće permanentni magnet (s tokom $\Phi=0{,}001$ Wb), koji načini u minuti 240 okretaja? Kolike strujne udarce pokazuje ampermetar uključen u zatvoreni strujni krug otpora $R=10\ \Omega$ (sl. 7-5).



Slika 7-5

U jednoj sekundi načini magnet $240/60=4$ okretaja. 1/2 okretaja načini za 1/8 sekunde, a promjena toka iznosi od $+\Phi$ preko 0 na $-\Phi$, tj. $\Delta\Phi=2\Phi$.

Zavojnice su serijski spojene i imaju ukupan broj zavoja $N=2\cdot 500=1000$

$$U_i=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N=\frac{2\Phi}{\Delta t}N=\frac{2\cdot 0{,}001 \text{ Wb}}{\text{s}/8}\cdot 1000$$

$$U_i=2\cdot 8\cdot 0{,}001\frac{\text{Wb}}{\text{s}}1000=16\frac{\text{Vs}}{\text{s}}=16 \text{ V}$$

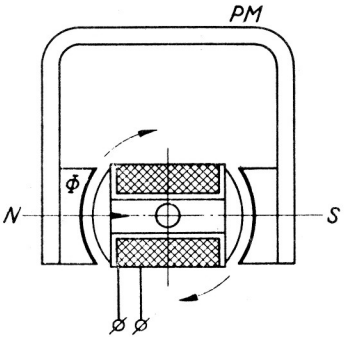
$$I=\frac{U_i}{R}=\frac{16 \text{ V}}{10\ \Omega}=1{,}6 \text{ A}.$$

(U toku svake polovice okretaja — u toku svake osmine sekunde samo se jedamput pojavi maksimalan napon. Zavojnica, dakle, dobiva udarce napona a time također i strujne udarce s maksimalnom strujom 1,6 A u krugu. Spoj podsjeća na generator izmjenične struje.)

7 Magnetski induktor za telefoniju ima tri permanentna magneta *PM* s tokom 0,002 Wb i željeznu kotvu sa zavojnicom koja ima 5000 zavoja. Rotor vrtimo pomoću prijenosa 1 : 7, pri čemu ćemo postići frekvenciju vrtnje, na primjer, 25 Hz. Koliki se maksimalni napon inducira u zavojnici u toku svake polovice okretaja (sl. 7-6)?

$$n = 25\,\text{Hz} = 25\,1/\text{s}$$

$$\frac{1}{2} \text{ okretaja traje } \frac{1}{2 \cdot 25} \text{ sekunde } = \frac{1}{50}\,\text{s}.$$



Slika 7-6

Magnetski tok se u toku 1/2 okretaja promijeni od +0,002 Wb na −0,002 Wb tj. za $2\Phi = 0{,}004$ Wb

$$U_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} N = \frac{2\Phi}{\Delta t} N = \frac{0{,}004\,\text{Wb}}{\text{s}/50} \cdot 5000$$

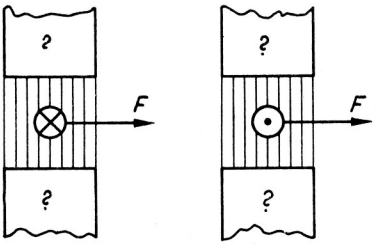
$$U_i = 1000\,\text{V}.$$

U toku svake sekunde pojavi se 50 udaraca tjemene vrijednosti 1000 V.

(Magnetski induktor koristimo za signalizaciju u telefoniji, pri mjerenju otpora izolacije itd. Stroj koji proizvodi izmjeničnu struju je mali izmjenični generator. U odnosu prema prošlom primjeru, zavojnica s jezgrom se giblje [rotor], dok magneti miruju [stator].)

c) Određivanje polariteta induciranog napona

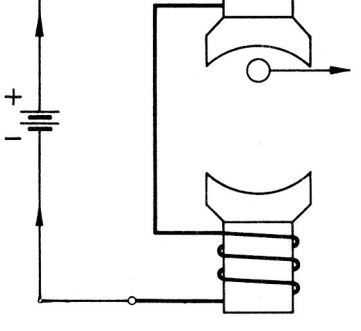
8 Odredimo polaritet (polove) permanentnih magneta, ako su poznati smjer induciranog napona i smjer gibanja vodiča (sl. 7-7).



Slika 7-7

Koristimo pravilo desne ruke. Ne znamo koji smjer imaju tokovi, tj. ne znamo polaritete magneta i zbog toga moramo započeti od smjera struje. U prvom slučaju neka je smjer ispruženih prstiju unazad, palac pokazuje gibanje vodiča, a prema dlanu neka je usmjeren tok, što ćemo na slici označiti strelicama. Gore će tada biti sjeverni pol. Slično rješavamo i drugi slučaj.

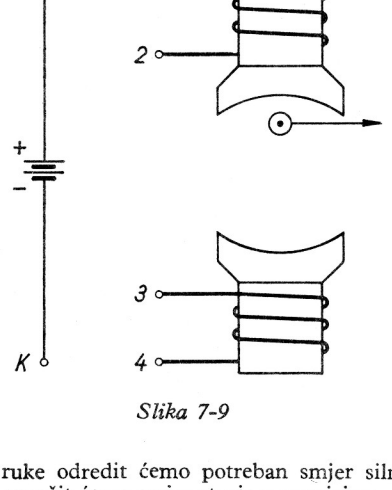
9 Utvrdimo smjer struje u namotima, polaritet magneta, smjer toka (silnica) i induciranog napona spoja na sl. 7-8.



Slika 7-8

(Smjer toka utvrđujemo pravilom desne ruke za solenoid. Gornji pol je južni. U_i u vodiču ima smjer prema nama, na kružni presjek vodiča ucrtat ćemo točku.)

10 Kako moramo priključiti izvor istosmjerne struje na namot i kako ga moramo spojiti da bi se u vodičima inducirao napon označenog smjera pri zadanom smjeru gibanja (sl. 7-9)?



Slika 7-9

Pravilom desne ruke odredit ćemo potreban smjer silnica. Sjeverni pol će biti dolje; prema tome označit ćemo smjer struje u zavojcima. Konačno ćemo nacrtati spojeve: $P-1$, $2-3$, $4-K$.

11 Indukcijsko brojilo okreće se brzinom od 0,2 m/s. Njegova aluminijska pločica debljine je 1 mm i okreće se unutar polova permanentnog magneta, s dimenzijama plohe iz koje izlaze magnetske silnice od 28×32 mm. Kolika je sila kočenja tog indukcijskog brojila, ako je gustoća silnica magnetske indukcije iz permanentnog magneta 0,28 T?

Prema zakonu indukcije, uz duljinu dijela pločice na kojoj nastaje indukcija, a koja odgovara pripadnoj dimenziji pola: 0,028 m, korisni napon iznosi:

$$U_i = B \cdot l \cdot v = 0{,}28 \cdot 0{,}028 \cdot 0{,}2 = 1{,}568 \text{ mV}.$$

Električni (omski) otpor pripadnog dijela kružeće aluminijske pločice brojila ($\rho = 0{,}033\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$), uz presjek tog dijela $S = 32 \times 1 = 32\ \text{mm}^2$, jest:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}033 \cdot 0{,}028}{32} = 2{,}88 \cdot 10^{-5}\ \Omega.$$

Stvarni otpor, radi duljine područja vrtložnih struja, koji je prema iskustvu bar 2,5 puta veći od onog pod polom, za toliko puta je veći.

Inducirana struja, (ekvivalentna vrtložnim) je sada:

$$I_i = \frac{U_i}{R_s} = \frac{1{,}568 \cdot 10^{-3}}{2{,}5 \cdot 2{,}88 \cdot 10^{-5}} = 21{,}8 \text{ A}.$$

Prema Biot-Savartovom zakonu je sila koja koči pomični sistem (protuutjecaj):

$$F = B \cdot I \cdot l = 0{,}28 \cdot 21{,}8 \cdot 0{,}028 = 0{,}17 \text{ N}.$$

Zadaci

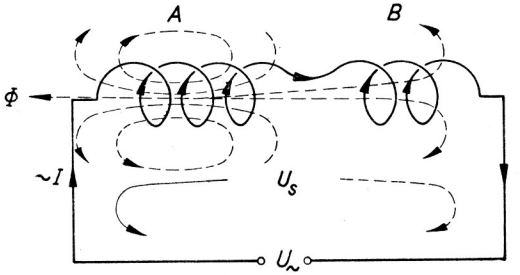
1. Vodič dužine $l = 30$ cm se giblje konstantnom brzinom $v = 9$ m/s u homogenom magnetskom polju $B = 1{,}6$ T, okomito na polje. Koliki je inducirani napon (sl. 7-1; $U_t = 3{,}24$ V)?

2. Koliki se napon inducira u vodiču dužine $l = 15$ cm u magnetskom polju $B = 1$ T pri 1500 o/min rotora, kojemu je promjer 20 cm prema sl. 7-2? ($U_t = 2{,}35$ V)

8. Samoindukcija

Pravila i formule

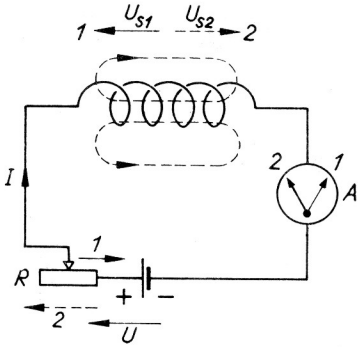
Napon samoindukcije nastaje u vodiču (zavojnici) kada se u njemu mijenja jakost struje, a time i magnetski tok. Slika 8-1 prikazuje dva međusobno razdvojena (A i B) dijela zavojnice. Dio promjenljivog magnetskog toka iz dijela A prožima dio B zavojnice i tamo inducira napon. Slično i dio B inducira u dijelu A napon. Svaki zavoj, u kojem se mijenja struja, inducira u sebi i u ostalim zavojima napon, tzv. *napon samoindukcije* odnosno *napon vlastite indukcije.*



Slika 8-1

Istosmjerna struja, koja ne mijenja svoju vrijednost niti smjer, pa tako ne stvara promjenljivo već stalno magnetsko polje, ne inducira nití u vlastitim niti u drugim zavojima nikakav napon. Istosmjerna struja inducira napon samoindukcije samo u času kada mijenja svoju vrijednost ili pak svoj smjer (ukapčanje, iskapčanje, komutiranje).

Pri pojačanju struje u električnom krugu na sl. 8-2, tj. kada se kliznik reostata pomiče udesno (položaj 1), rastuće magnetsko polje inducira napon samoindukcije U_{S_1}. Isto tako pri oslabljivanju struje (pomakom kliznika otpornika R u smjeru lijevo — položaj 2), slabeće magnetsko polje inducira napon samoindukcije U_{S_2}.



Slika 8-2

Napon samoindukcije je to veći što je veća promjena magnetskog toka $\Delta\Phi$, što se u kraćem vremenu ta promjena dešava i što više zavoja ima zavojnica. Napon samoindukcije je

$$U_S = -\frac{\textit{promjena magnetskog toka } \Delta\Phi}{\textit{trajanje promjene toka } \Delta t} \times \textit{broj zavoja } N$$

$$U_S = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} N.$$

Promjena magnetskog toka $\Delta\Phi$ je, u stvari, posljedica promjene struje ΔI. Formula dobiva novi oblik nakon što u nju umjesto $\Delta\Phi$ uvrstimo ΔI

$$U_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

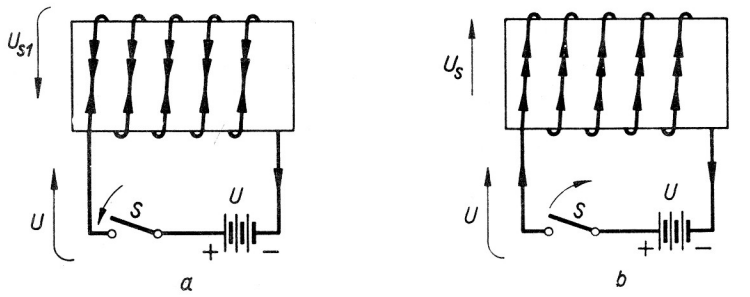
Fizikalnu veličinu L zovemo *induktivitet* (*koeficijent samoindukcije*). On ovisi o konstrukciji zavojnice i materijalu njene jezgre. Napon samoindukcije U_S je tim veći što je veći induktivitet L i što je veća promjena struje ΔI u vremenu Δt.

Predznak minus znači da napon samoindukcije djeluje protiv promjene struje. Ruski fizičar Lenc objavio je zakon samoindukcije koji kaže:

Napon samoindukcije usmjeren je tako da se protivi promjeni struje (napona, magnetskog toka), koju je uzrokovala samoindukcija.

Prilikom povećavanja struje u krugu (sl. 8-2) napon samoindukcije U_{S_1} usmjeren je suprotno naponu stezaljki U (položaj 1). Pri slabljenju struje (povećanju otpora R) napon samoindukcije U_{S_2} podudara se sa smjerom napona stezaljki U i struje koja slabi (vidi položaj 2). Napon samoindukcije uvijek djeluje tako da želi sačuvati postojeće električko stanje (smjer i vrijednost struje) u krugu.

Kada zatvorimo strujni krug skopkom S i njime poteče struja, ona se od nula povećava na vrijednost $I=U/R$. U toku te promjene nastaje napon samoindukcije U_S, koji djeluje protiv napona U izvora (i protiv struje), pa nastoji sačuvati prvobitno stanje, tj. da je struja jednaka nuli (sl. 8-3a).



Slika 8-3

Pri iskapčanju strujnog kruga sklopkom S, struja mora pasti od vrijednosti $I=U/R$ na nulu. Ta promjena struje uzrokuje napon samoindukcije U_S, koji djeluje suglasno s padajućom strujom, tj. nastoji sačuvati prvotnu vrijednost struje $I=U/R$ (sl. 8-3b).

Kod izmjenične struje se struja i magnetski tok neprekidno mijenjaju i zato se neprekidno stvara napon samoindukcije U_S. Taj napon neprekidno djeluje protiv promjene struje, čime usporava porast i pad vrijednosti struje, što se manifestira kao otpor, tzv. otpor samoindukcije (induktivni otpor) protiv izmjenične struje.

Iz navedene dvije formule dobivamo treću formulu za izračunavanje *induktiviteta L.*

$$L=\frac{\Delta\Phi}{\Delta I}N.$$

Za zračne zavojnice odgovarajuća formula glasi:

$$L=\frac{\Phi}{I}N,$$

jer je kod njih magnetski tok Φ proporcionalan struji I.

Jedinica induktiviteta L je henry (H). Induktivitet 1 H ima takva zavojnica u kojoj se inducira napon samoindukcije 1 volt pri promjeni struje za 1 amper u toku 1 sekunde, kako to proizlazi iz druge jednadžbe.

Manje jedinice induktiviteta L su milihenry = mH = 10^{-3} H=0,001 H i mikrohenry = μH=10^{-6} H.

Vježbe

1 Izračunajmo induktivitet L valjkaste zračne zavojnice promjera $d=2$ cm, koja je dugačka $l=10$ cm i sadržava 300 zavoja.

$$L=\frac{\Phi}{I}N,$$

gdje je $\Phi=B\cdot S=\mu_o\cdot H\cdot S$, gdje je $\mu_o=4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m. Budući da je jakost magnetskog polja unutar zračne zavojnice

$$H=\frac{I\cdot N}{l}$$

uvrštenjem dobivamo

$$\Phi=\mu_o\cdot H\cdot S=\mu_o\, I\cdot N\cdot S/l$$

$$L=\frac{\Phi}{I}N=\mu_o N^2\frac{S}{l}.$$

Ako zavojnica ima okrugli presjek $S=\pi d^2/4$, bit će:

$$L=\mu_o N^2\frac{\pi d^2}{4\,l}.$$

$$L=4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}\,300^2\,\frac{\pi\,(0{,}02\,\mathrm{m})^2}{4\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}}=3{,}65\cdot 10^{-4}\,\mathrm{H}=0{,}355\,\mathrm{mH}.$$

(Ova formula vrijedi za zavojnice bez željezne jezgre, kojih je dužina velika u odnosu prema promjeru. Ako nije tako, u formulu treba uvrstiti korekcijski faktor koji ovisi o omjeru l/d.)

2 Odredimo grubo induktivitet L valjkaste zavojnice iz pređašnjeg primjera, ako se zavojnica ispuni feromagnetskom materijom relativne permeabilnosti $\mu_r=2000$.

$$L=\mu_r\cdot\mu_o\cdot N^2\frac{\pi d^2}{4\,l}=2000\cdot 0{,}355\ \mathrm{mH}=0{,}71\ \mathrm{H}.$$

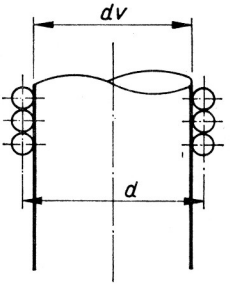
(Zavojnica ispunjena željezom znatno povisi induktivitet L, i to μ_r-puta. Permeabilnost μ, a time i $\mu_r=\mu/\mu_o$ mijenja se s indukcijom B, koja ovisi o struji zavojnice. Zbog toga se mora za svaku struju induktivitet L izračunati posebno.)

3 Koliki induktivitet ima zavojnica sa 800 zavoja kojoj je promjer $d=5$ cm, dužina $l=16$ cm, bez jezgre, a koliki kad je sa željeznom jezgrom promjera $d_v=4{,}5$ cm pri struji $I=0{,}5$ A (sl. 8-4)?

Induktivitet zavojnice bez jezgre (zračna zavojnica)

$$L=\mu_o N^2\frac{\pi d^2}{4\,l}=4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}N^2\frac{\pi d^2}{4\,l}$$

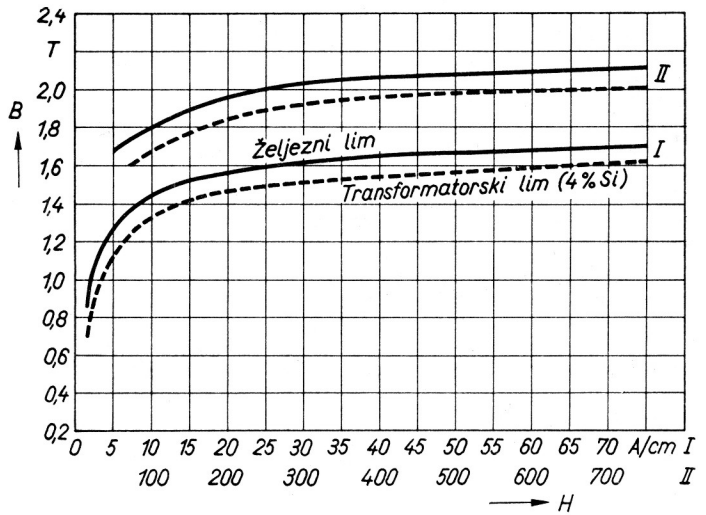
$$L = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}} (800)^2 \frac{\pi \cdot (5\ \text{cm})^2}{4 \cdot 16\ \text{cm}} = 9{,}87 \cdot 10^{-3}\ \text{H} = 9{,}87\ \text{mH}.$$



Slika 8-4

Induktivitet zavojnice sa željeznom jezgrom, promjera 4,5 cm, treba računati s obzirom na struju, tj. na permeabilnost, koja se mijenja s indukcijom *B*. Jakost magnetskog polja u zavojnici iznosi:

$$H = \frac{I \cdot N}{l} = \frac{0{,}5\ \text{A} \cdot 800}{0{,}16\ \text{m}} = \frac{400\ \text{A}}{0{,}16\ \text{m}} = 2500\ \text{A/m}.$$



Slika 8-5

Iz krivulje magnetiziranja na sl. 8-5 dobit ćemo za željezni lim pri jakosti magnetskog polja H u zavojnici (željezu) indukciju $B=1{,}6$ T. Induktivitet zavojnice pri toj indukciji iznosi:

$$L=\frac{\Phi}{I}N=\frac{B\cdot S}{I}N$$

$$L=\frac{1{,}6\ \mathrm{T}\cdot\pi\cdot(0{,}045\ \mathrm{m}^2)}{0{,}5\ \mathrm{A}\cdot 4}\cdot 800$$

$$L=4{,}069\ \mathrm{H}.$$

4 Koliki se napon inducira u zavojima zavojnice iz pređašnjeg primjera, ako se u njoj struja u toku 0,1 sekunde promijeni od nule do 0,5 A?

Zavojnica bez željezne jezgre ima induktivitet $L=9{,}87$ mH koji ćemo uvrstiti u formulu za napon samoindukcije

$$U_S=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-0{,}00987\ \mathrm{H}\,\frac{0{,}5\ \mathrm{A}}{0{,}1\ \mathrm{s}}=-0{,}04935\ \mathrm{V}$$

$$U_S\approx 0{,}05\ \mathrm{V}=50\ \mathrm{mV}.$$

Predznak minus znači da napon samoindukcije djeluje protiv smjera promjene struje koja inducira napon u vlastitim zavojima zavojnice.

U zavojnici sa željeznom jezgrom inducira se napon

$$U_S=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-4{,}069\ \mathrm{H}\,\frac{0{,}5\ \mathrm{A}}{0{,}1\ \mathrm{s}}$$

$$U_S=-20{,}345\ \mathrm{V}.$$

Ako se u zavojnici sa zadanom konstrukcijom struja promijeni za 0,5 A u toku vremena 0,1 s u zavojnici će se stvoriti napon samoindukcije koji pri porastu struje djeluje suprotno naponu izvora, a pri padu struje podupire napon izvora.

5 Koliki će se napon samoindukcije stvoriti pri zatvaranju i otvaranju električkog kruga u koji je uključena i zavojnica induktiviteta 5 H kojom teče struja $I=6$ A? Trajanje zatvaranja (ukapčanja) je 0,2 s, a otvaranja (iskapčanja) 0,1 s (sl. 8-3a, b).

Pri zatvaranju i otvaranju promjena struje iznosi 6 A. Pri zatvaranju stvara se se napon samoindukcije

$$U_S=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=-5\ \mathrm{H}\,\frac{6\ \mathrm{A}}{0{,}2\ \mathrm{s}}=-150\ \mathrm{V}.$$

Pri otvaranju

$$U_S=-5\ \mathrm{H}\,\frac{6\ \mathrm{A}}{0{,}1\ \mathrm{s}}=-300\ \mathrm{V}.$$

(Predznak minus pri praktičnim računima zanemarujemo).

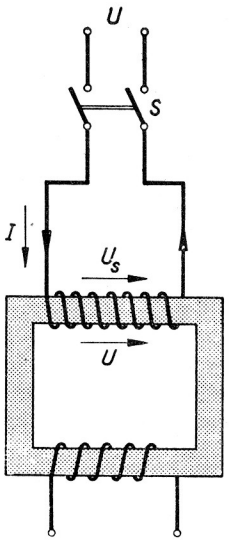
6 Treba izračunati vrijednost napona samoindukcije U_{S_1} i U_{S_2}, koji se stvaraju u zračnoj zavojnici $L=5$ mH pri povećanju struje od 5 A na 9 A u toku 0,3 s i pri slabljenju struje od 9 A na 1 A u toku 0,5 s (sl. 8-2).

Pri povećanju struje promjena struje $\Delta I=9\text{ A}-5\text{ A}=4\text{ A}$ za vrijeme $\Delta t=0{,}5$ s. Napon samoindukcije u tom slučaju iznosi:

$$U_{S1}=5\text{ mH}\frac{8\text{ A}}{0{,}5\text{ s}}=5\cdot 10^{-3}\text{ H}\frac{8\text{ A}}{0{,}5\text{ s}}=0{,}08\text{ V}=80\text{ mV}.$$

Smjerovi induciranih napona U_{S_1} i U_{S_2} označeni su na sl. 8-2.

7 Treba izračunati vrijednost i smjer napona samoindukcije pri iskapčanju struje od 20 A u toku 0,1 s sklopkom S u primarnom krugu transformatora, kojega je induktivitet $L=4$ H (sl. 8-6).



Slika 8-6

Struja padne od 20 A na 0; promjena struje $\Delta I=20\text{ A}-0=20\text{ A}$ i traje 0,1 s

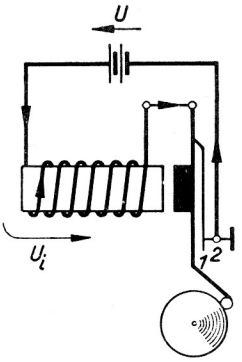
$$U_S=L\frac{\Delta I}{\Delta t}=4\text{ H}\cdot\frac{20\text{ A}}{0{,}1\text{ s}}=800\text{ V}.$$

Napon samoindukcije često je veći od napona izvora.

Smjer U_S pri iskapčanju suglasan je sa smjerom napona U izvora, tj. sa strujom koja opada. Zbog toga napon samoindukcije djeluje tako da nastoji zadržati početnu struju, a protivi se promjenama, tj. opadanju struje.

(Pri velikim strujama iskapčanja, gustoća struje na kontaktima sklopaka raste, kovina kontakata se isparuje, pa pri prekidu struje može doći do složenih i škodljivih procesa luka. Dužina i sila luka zavisi, osim od ostalih faktora, i od vrijednosti struje iskapčanja te naponu samoindukcije.)

8 Električno zvonce s Wagnerovim prekidačem ima elektromagnet induktiviteta $L=1{,}2$ H. Ukapća struju 0,8 A u toku 1/40 sekunde, ali iskapča polaganije, u toku 1/20 s. Koliki su naponi samoindukcije (sl. 8-7)?



Slika 8-7

Promjena struje iznosi $\Delta I=0{,}8$ A. Napon samoindukcije pri ukapčanju (pri privlačenju kotve)

$$U_{SZ}=L\frac{\Delta I}{\Delta t}=1{,}2\text{ H}\,\frac{0{,}8\text{ A}}{\frac{1}{40}\text{ s}}=38{,}4\text{ V}.$$

Napon je samoindukcije pri iskapčanju struje (pri otpuštanju kotve):

$$U_{SV}=L\frac{\Delta I}{\Delta t}=1{,}2\text{ H}\,\frac{0{,}8\text{ A}}{\frac{1}{20}\text{ s}}=19{,}2\text{ V}.$$

(Napon samoindukcije zajedno s naponom izvora struje prouzrokuje iskrenje zvonca, i to pri prekidu struje na kontaktima 1 i 2. Iskrenjem kontakti nagorjevaju pa se pogoršava djelovanje zvonca. Iskrenje ćemo oslabiti ili odstraniti ako pustimo da se napon samoindukcije izbije preko kondenzatora, koji priključujemo paralelno na iskru, tj. na kontakte 1 i 2. Iskrenje u kondenzatorskim motorima uzrokuje elektromagnetske valove, koji štete radio-prijemu, stvara samoindukciju, koju kompenziramo kondenzatorom. Napon samoindukcije stvara se i kod elektromotora, strojeva i uređaja gdje dolazi do promjene struje.)

Zadaci

1. Zavojnica s 1000 zavoja ima dužinu 25 cm i srednji promjer $d=4$ cm. Koliki joj je induktivitet ($L=3{,}16$ mH)?

2. Koliki induktivitet L ima zavojnica elektromagneta sa 1000 zavoja, ako se u njoj stvara pri magnetskom naponu $F_m=6000$ A magnetski tok $\Phi=4{,}5 \cdot 10^{-3}$ Wb? (Koristite formule $F_m=I \cdot N$ i $L=\Phi N/I$; $L=750$ mH!)

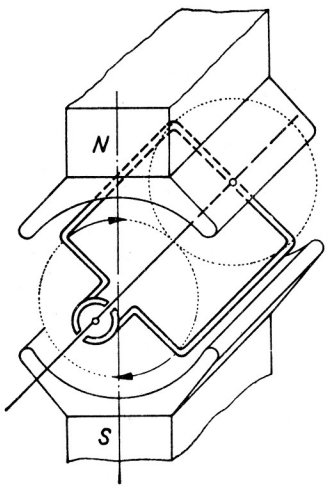
9. Induciranje napona u dinamu

Pravila i formule

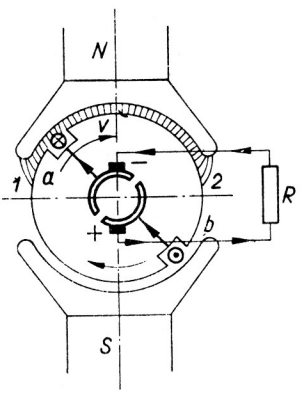
Koristimo formule iz poglavlja 7; daljnja su pravila iznesena u pojedinim primjerima.

Vježbe

1 Koliki se napon inducira u jednom zavoju na željeznom bubnju dinama, ako se (obodnom) brzinom $v = 20{,}7$ m/s vrti u magnetskom polju indukcije $B = 0{,}7$ T? Promjer rotora iznosi $d = 22$ cm, a njegova dužina (i vodiča) $l = 30$ cm (sl. 9-1 i 9-2).



Slika 9-1



Slika 9-2

Rješenje 1:

$$U=2B\cdot l\cdot v, \qquad U=2\cdot 0{,}7\ \mathrm{T}\cdot 0{,}3\ \mathrm{m}\cdot 20{,}7\ \mathrm{m/s}\approx 8{,}7\ \mathrm{V}.$$

Rješenje 2:

Uzimali smo u obzir dva vodiča koji tvore jedan zavoj. Sada obratimo pažnju na induciranje napona u jednom zavoju zbog promjene toka Φ. Vrijeme jednog okretaja neka je T, tj. $T=\frac{1}{n}$ gdje je n frekvencija vrtnje (brzina vrtnje).

U toku 1/2 okretaja, tj. za vrijeme $T/2=\Delta t$, vodič a pomakne se iz položaja 1 u 2. Za to vrijeme unutar zavoja magnetski tok se promijeni za $\Delta\Phi=\Phi$. Prema drugoj jednadžbi imamo

$$U=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N=\frac{\Phi}{T/2}N=2n\cdot\Phi\cdot N.$$

Budući da je $\Phi=B\cdot S=B\cdot\pi\cdot l\cdot d$, a $v=\pi\cdot d\cdot n$, iz gornje formule slijedi

$$U=2\cdot n\cdot\Phi\cdot N=2\frac{v}{\pi d}B\cdot\pi\cdot l\cdot d\cdot N=2N\cdot B\cdot l\cdot v.$$

$$U=2\cdot 1\cdot 0{,}7\ \mathrm{T}\cdot 0{,}3\ \mathrm{m}\cdot 20{,}7\ \mathrm{m/s}=8{,}7\ \mathrm{V}.$$

Dobili smo isti rezultat kao u prvom rješenju.

2 Kakva vrst struje teče otporom $R=10\ \Omega$ u toku jednog okreta zavoja i koliku će maksimalnu snagu dati zavoj (sl. 9-2)?.

Zavoj je priključen na komutator, iz kojega ćemo pomoću četkica oduzeti struju. Pravilom desne ruke odredit ćemo smjer struje u vodiču a (unazad) i u vodiču b (smjer struje je prema nama). Dok se vodič a giblje pod sjevernim polom, njime struja teče uvijek unazad. Vodič a, kad stigne u položaj točke 2, bit će bez struje, a ispod točke 2 u vodiču a promijenit će se smjer struje. Nakon toga iz njega oduzima struju donja četkica. Gornja četkica oduzima neprekidno struju iz vodiča koji je uvijek pod sjevernim polom, dok donja četkica, obrnuto, oduzima neprekidno struju iz vodiča koji su pod južnim polom. U vodičima se stvara izmjenična struja, jer izmjenično mijenja svoj položaj pod polom. Zbog postojanja komutatora otporom R teku u toku svake poluperiode, strujni udari istog smjera.

Maksimalna struja i snaga je

$$I=\frac{U}{R}=\frac{8{,}7\ \mathrm{V}}{10\ \Omega}=0{,}87\ \mathrm{A}$$

$$P=I\cdot U=0{,}87\ \mathrm{A}\cdot 8{,}7\ \mathrm{V}=7{,}57\ \mathrm{W}.$$

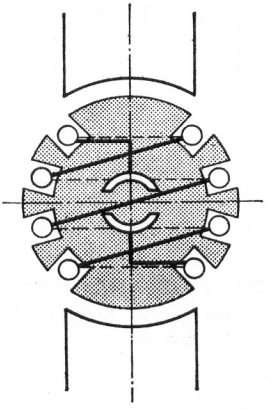
(Vodič ne siječe uvijek jednaki broj silnica; na primjer: u jednakim vremenskim intervalima u zavojnici koja se vrti, ne stvori se jednaka promjena magnetskog toka Φ. U neutralnom položaju i u položaju 1 ne sijeku niti vodič a niti b nikakvu

silnicu, pa u zavojnici nema nikakve promjene magnetskog toka. Otpornikom u vanjskom krugu iza kolektora teče uvijek struja s periodski promjenljivom vrijednošću ali u istom smjeru.)

3 Na kotvi koja ima kolektor, smještena su četiri zavoja koji su serijski spojeni. Koliki se napon inducira u zavojima, ako je magnetski tok $\Phi = 50\,\text{mWb}$ a brzina vrtnje $n = 2400\ 1/\text{min}$ (sl. 9-3)?

$$n = 2400\ 1/\text{min} = 2400\ 1/(60\,\text{s}) = 40\ 1/\text{s}$$

$$U = 2n \cdot \Phi \cdot N = 2 \cdot 40\,\text{s}^{-1}\, 5 \cdot 10^{-2}\,\text{Wb} \cdot 4 = 16\,\text{V},$$



Slika 9-3

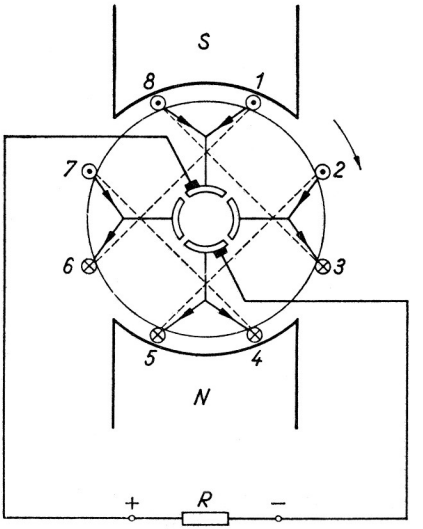
4 Bubnjasta kotva sa četiri zavoja ima 3000 okretaja u minuti a njome protječe tok $\Phi = 0{,}1$ Wb. Koliki se napon inducira u zavojnicama i kolika će biti struja i snaga u vanjskom krugu kojemu je otpor $R = 10\ \Omega$ (sl. 9-4)?

$$n = 3000\ 1/\text{min} = 3000\ 1/(60\,\text{s}) = 50\ 1/\text{s} = 60\,\text{s}$$

$$U = 2n \cdot \Phi \cdot N = 2 \cdot 50\,\text{s}^{-1} \cdot 0{,}1\,\text{Wb} \cdot 4 = 40\,\text{V}$$

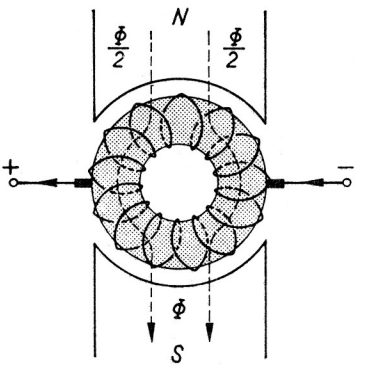
$$I = \frac{U}{R} = \frac{40\,\text{V}}{10\,\Omega} = 4\,\text{A}$$

$$P = I \cdot U = 4\,\text{A} \cdot 40\,\text{V} = 160\,\text{W}.$$



Slika 9-4

5 Koliki se napon inducira u toku 1/2 okretaja u zavojnici namotanoj na prstenastoj kotvi starog stroja koja se vrti između dva magneta? Magnetski tok $\Phi = 2 \cdot 10^{-3}$ Wb, brzina vrtnje $n = 1200$ 1/min i broj zavoja $N = 500$ (sl. 9-5).



Slika 9-5

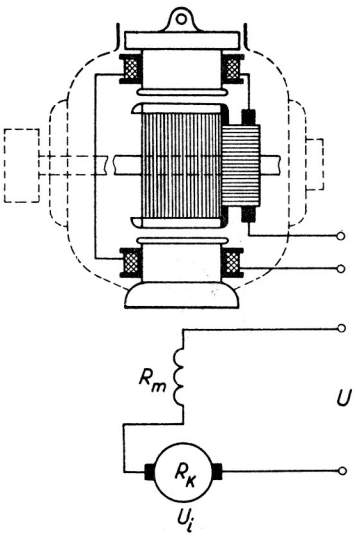
U prstenastoj kotvi vodiči s unutrašnje strane prstena nisu obuhvaćeni tokom, pa zato vrijedi formula:

$$U = \Phi \cdot N \cdot n$$

$$U = 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Wb} \cdot 500 \cdot 1200\ 1/\mathrm{min} = 20\,\mathrm{V}.$$

(Danas više prstenastu kotvu ne koristimo To je šuplji valjak omotan izoliranom žicom. Iz zavoja izlaze izvodi na lamele kolektora koje zbog jednostavnosti na crtežu nismo prikazali. Magnetski tok Φ i struje se granaju.)

6 Serijski dinamo ima na kotvi 400 zavoja s otporom $R_K = 0{,}1\,\Omega$. Namot magneta ima otpor $R_m = 0{,}233\,\Omega$, a serijski je spojen s namotom kotve (rotora), sl. 9-6. Dinamo treba da dade struju $I = 30\,\mathrm{A}$ pri naponu stezaljki $U = 110\,\mathrm{V}$, ako se pogoni uz brzinu vrtnje $n = 1000\ 1/\mathrm{min}$. Koliki mora biti napon, koliki je potreban magnetski tok Φ i kolika je električna korisnost dinama?



Slika 9-6

Struja $I = 30$ A teče otporima R_K, R_m i otporom trošila koja su priključena u vanjskom krugu. Ta struja stvara na otporima padove napona, kojih ćemo zbroj dobiti pomoću II Kirchhoffova zakona a jednak je induciranom naponu. Taj napon se mora inducirati u rotoru dinama.

$$U_i = I \cdot R_R + I \cdot R_m + U = I\,(R_R + R_m) + U$$

$$U_i = 30\mathrm{A}\ (0{,}1 + 0{,}233)\ \Omega + 110\mathrm{V} \approx 10\mathrm{V} + 110\mathrm{V}$$

$$U_i = 120\ \mathrm{V}.$$

Potrebni tok Φ koji daju magneti dobit ćemo iz jednadžbe $U_i = 2\Phi \cdot N \cdot n$

$$\Phi = \frac{U_i}{2N \cdot n} = \frac{120\ \text{V}}{2 \cdot 400 \cdot 1000\ \text{o/min}} = \frac{120 \cdot 60\ \text{Vs}}{2 \cdot 400 \cdot 1000} = 9 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

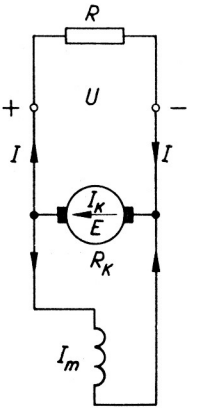
Električka korisnost dinama je omjer snage na stezaljkama dinama prema snazi koju dinamo proizvodi. Električka korisnost uzima u obzir gubitke snage u bakru.

$$U_i \cdot I = U \cdot I + \text{gubici snage u bakru}$$

$$U_i \cdot I = U \cdot I + I^2 (R_R + R_m)$$

$$\eta = \frac{U \cdot I}{U_i \cdot I} = \frac{U}{U_i} = \frac{110\ \text{V}}{120\ \text{V}} = 0{,}917 = 91{,}7\%.$$

7 Poredni dinamo ima ove podatke: snagu $P = 7{,}36\ \text{kW}$, $U = 110\ \text{V}$, otpor namota kotve $R_K = 0{,}1\ \Omega$ i otpor namota magneta $R_m = 30\ \Omega$. Treba izračunati struju u rotoru, inducirani napon dinama, gubitak snage u bakru i električnu korisnost (sl. 9-7).



Slika 9-7

Kod porednog dinama namoti su magneta i kotve paralelno spojeni i imaju zajednički napon. Struja magnetiziranja iznosi:

$$I_m = \frac{U}{R_m} = \frac{110\ \text{V}}{30\ \Omega} = 3{,}66\ \text{A}.$$

Struja u kotvi jednaka je zbroju struje trošila i struje magnetiziranja I_m ($7{,}36\ \text{kW} = 7360\ \text{W}$)

$$I_K = I + I_m = \frac{7360\ \text{W}}{110\ \text{V}} + 3{,}66\ \text{A} = 66{,}90\ \text{A} + 3{,}66\ \text{A} = 70{,}56\ \text{A}.$$

Inducirani napon mora biti:

$$U_i = U + I_K \cdot R_K = 110\ \text{V} + 70{,}56\ \text{A} \cdot 0{,}1\ \Omega$$

$$U_i = 110\ \text{V} + 7{,}056\ \text{V} = 117{,}05\ \text{V}.$$

Gubitak snage u bakru iznosi:

$$\Delta P = R_K \cdot I_K^2 + R_m \cdot I_m^2 = 0{,}1\ \Omega \cdot (70{,}5\ \text{A})^2 + 30\ \Omega \cdot (3{,}66\ \text{A})^2$$

$$\Delta P = 496{,}03\ \text{W} + 402\ \text{W} = 898{,}03\ \text{W}.$$

Električna korisnost je

$$\eta_e = \frac{P}{P_p} = \frac{U \cdot I}{U_i \cdot I_K} = \frac{110\ \text{V} \cdot 66{,}90\ \text{A}}{117{,}05\ \text{V} \cdot 70{,}56\ \text{A}} = \frac{7359\ \text{W}}{8259{,}04\ \text{W}}$$

$$\eta_e = 89{,}1\%.$$

(Električna snaga $P = U \cdot I$ jednaka je proizvedenoj snazi $U_i \cdot I_K$ minus gubici u bakru ΔP. Korisnost uključuje također i gubitke u željezu, mehaničke gubitke u ležajevima, ventilatoru itd.)

Zadaci

1. Dvopolni dinamo s nezavisnom uzbudom ima magnetski tok $\Phi = 2 \cdot 10^{-2}$ Wb i $N = 2000$ zavoja. Kako se brzo mora rotor vrtjeti, da bi inducirani napon bio $U_i = 400$ V ($n = 300$ 1/min)?

2. Koliki je napon dinama, koji ima $N = 125$ zavoja, ako je magnetski tok $\Phi = 2 \cdot 10^{-2}$ Wb, a $n = 2000$ 1/min (166,6 V)?

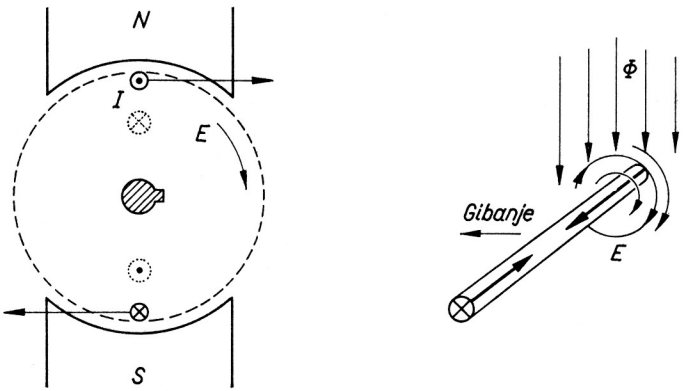
10. Inducirani napon u istosmjernom motoru

Pravila i formule

Formule koristimo iz glave 7, a ostala pravila navedena su u pojedinim vježbama.

Vježbe

1 Serijski motor učinimo iz serijskog dinama prema primjeru 6 u poglavlju 9, ako motor priključimo na napon $U = 120$ V. Otpor kotve, koja ima 400 zavoja iznosi, $R_K = 0{,}1\ \Omega$, a otpor namota magneta $R_m = 0{,}233\ \Omega$. Struja potrebna za vrtnju motora iznosi $I = 30$ A. Koliki je inducirani napon u motoru? Izvršite kontrolu računanja napona, ako je magnetski tok magneta $\Phi = 9 \cdot 10^{-3}$ Wb, a rotor ima 916,6 1/min (sl. 10-1 i sl. 9-6).



Slika 10-1

Vodiči motora presjecaju pri vrtnji silnice, gibanjem se u vodičima inducira napon, koji djeluje protiv napona mreže U. Zbog toga se inducirani napon u vodičima zove i protunapon E.

U vodičima motora teče struja I uzrokovana naponom mreže U, a njemu protiv djeluje inducirani protunapon E. Struja I za vrtnju motora rezultat je dvaju suprotno djelujućih napona $U-E$ i otpora R_k i R_m. Zato vrijedi:

$$I=\frac{U-E}{R_k+R_m},$$

odnosno prema II. Kirchhoffovom zakonu

$$U-E=I\cdot R_k+I\cdot R_m,$$

Iz toga dobivamo da je protunapon

$$E=U-I\,(R_k+R_m)$$

$$E=120\text{ V}-30\text{ A}\,(0{,}1+0{,}233)\,\Omega$$

$$E=120\text{ V}-10\text{ V}=110\text{ V}.$$

Brzina vrtnje motora n, magnetski tok Φ i broj zavoja N određuje vrijednost napona E, za koju vrijedi formula induciranja

$$E=2\Phi\cdot N\cdot n=2\cdot 9\cdot 10^{-3}\text{ Wb}\cdot 400\cdot 916{,}6\text{ 1/min}=110\text{ V}.$$

(Motor, dakle, prima struju I za vrtnju, a istodobno proizvodi E kao dinamo. Kad je motor u praznom hodu, tj. bez opterećenja, ne uzima struju I, pa je protunapon E jednak naponu mreže. Pri tom brzina vrtnje poraste na toliku vrijednost da je $E=U$.

Na sl. 9-4 odredimo smjer vrtnje motora pomoću pravila lijeve ruke, a smjer E pomoću pravila desne ruke.)

2 Poredni motor za $U=220$ V, kojemu je otpor namota kotve $R_k=0{,}1\ \Omega$, uzima struju $I=20$ A. Koliki je protunapon? Kolika je struja magnetiziranja I_m, koja stvara magnetski tok $\Phi=3\cdot 10^{-3}$ Wb, ako je otpor namota magneta $R_m=100\ \Omega$? Kolika je brzina vrtnje motora n pri 500 zavoja kotve, da bi se inducirao toliki protunapon E, koji bi dopuštao da u motor teče struja $I=20$ A potrebna samo za vrtnju motora (sl. 10-2)?

Protunapon će biti:

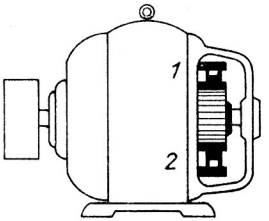
$$E=U-I\cdot R_k=220\text{ V}-20\text{ A}\cdot 0{,}1\ \Omega=218\text{ V}.$$

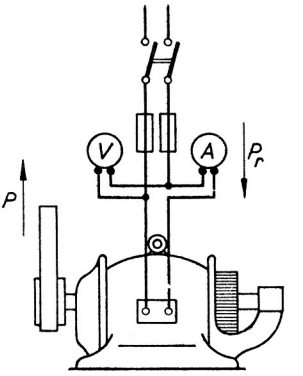
Namot magneta dobiva puni napon mreže i zbog toga je

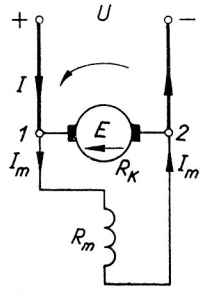
$$I_m=\frac{U}{R_m}=\frac{220\text{ V}}{100\,\Omega}=2{,}2\text{ A}.$$

Brzinu vrtnje motora izračunat ćemo iz jednadžbe $E=2\Phi\cdot N\cdot n$

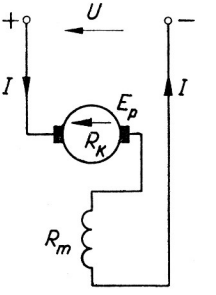
$$n=\frac{E}{2\Phi\cdot N}=\frac{218\text{ V}}{2\cdot 3\cdot 10^{-3}\text{ Wb}\cdot 500}=\frac{218}{3}\,\frac{\text{V}}{\text{Vs}}=\frac{218}{3}\,\frac{1}{3}=\frac{218}{3}\,\frac{1}{\text{min}/60}=4360\text{ 1/min}.$$







Slika 10-2



Slika 10-3

3 Serijski motor ima ove podatke: $U=220$ V, $P=30$ KS, korisnost $\eta=80\%$ i električku korisnost $\eta_e=93\%$. Koliku struju I vuče iz mreže pri normalnom opterećenju? Koliki je zbroj otpora kotve i magneta? Koliki je protunapon E (sl. 10-3)?

Snaga motora iznosi:

$$P=30\cdot 736\ \text{W}=22\,080\ \text{W}.$$

Mreža daje motoru snagu

$$P_p=\frac{P}{\eta}=\frac{22\,080\ \text{W}}{0{,}80}=27\,600\ \text{W}.$$

Iz mreže će u motor teći struja

$$I=\frac{P_p}{U_s}=\frac{27\,600\ \text{W}}{220\ \text{V}}=125{,}45\ \text{A}.$$

Uz navedenu električku korisnost gubici u bakru iznose $100\% - 93\% = 7\%$ od privedene snage, tj. 7% od 27 600 W

$$\Delta P = \frac{7}{100} \cdot 27\,600\,\text{W} = 1932\,\text{W}$$

$$\Delta P = (R_k + R_m)\, I^2$$

$$1932\,\text{W} = (R_k + R_m) \cdot (125{,}45\,\text{A})^2$$

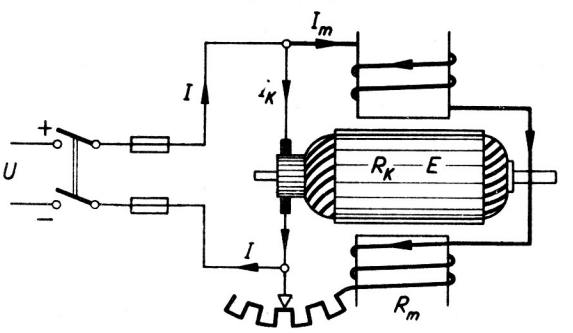
$$R_k + R_m = \frac{1932\,\text{W}}{15\,737\,\text{A}^2} = 0{,}122\,\Omega.$$

(Protunapon motora pušta iz mreže samo toliku struju koja je potrebna za vrtnju motora. Kada bismo motor opteretili mehanički toliko da se ne bi vrtio, protunapon se ne bi inducirao, a napon stezaljki U bi proizveo toliku struju kratkog spoja da bi ona uništila namot. Struja kratkog spoja, kada motor miruje, iznosi:

$$I_k = \frac{U}{R_k + R_m} = \frac{220\,\text{V}}{0{,}122\,\Omega} = 1803\,\text{A}.$$

Tako velika struja potekla bi u motoru i pri ukapčanju motora na mrežu bez upuštača.)

4 Poredni motor snage 7 kW i napona na stezaljkama od 220 V ima magnetski tok $\Phi = 4{,}32 \cdot 10^{-3}$ Wb, a broj zavoja $N = 300$. Otpor namota kotve (rotora) $R_k = 0{,}15\ \Omega$, a otpor namota magneta $R_m = 40\ \Omega$. Izračunajmo nazivnu struju kotve, struju magnetiziranja, protunapon, nazivnu brzinu vrtnje, normalni gubitak snage u bakru i električku korisnost (sl. 10-4).



Slika 10-4

Nazivna struja iznosi:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{7000\,\text{W}}{220\,\text{V}} = 31{,}83\,\text{A}.$$

Struja magnetiziranja je:

$$I_m = \frac{U}{R_m} = \frac{220\ \text{V}}{40\ \Omega} = 5{,}5\ \text{A}.$$

Struja u kotvi iznosi:

$$I_k = I - I_m = 31{,}83\ \text{A} - 5{,}5\ \text{A} = 26{,}33\ \text{A}.$$

Inducirani napon je:

$$E = U - I_k \cdot R_m = 220\ \text{V} - 26{,}33\ \text{A} \cdot 0{,}15\ \Omega = 216{,}05\ \text{V}.$$

Nazivnu brzinu vrtnje izračunat ćemo iz jednadžbe

$$n = \frac{E}{2\Phi \cdot N} = \frac{216{,}05\ \text{V}}{2 \cdot 4{,}23 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} \cdot 300} = 5000\ 1/\text{min}.$$

Gubitak snage u bakru iznosi:

$$\Delta P = R_k \cdot I_k^2 + R_m \cdot I^2 = 0{,}15\ \Omega\ (26{,}33)^2 + 40\ \Omega \cdot (5{,}5\ \text{A})$$

$$\Delta P \approx 104\ \text{W} + 1210\ \text{W} = 1314\ \text{W}.$$

Električka korisnost

$$\eta_e = \frac{P - \Delta P}{U \cdot I} = \frac{5686\ \text{W}}{7000\ \text{W}} = 81{,}3\%.$$

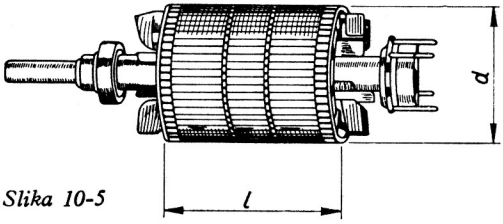
5 Odredite približnu snagu motora iz veličine rotora: $d = 20$ cm, $l = 25$ cm. Motor ima 6300 1/min (sl. 10-5).

Približnu snagu dobijemo iz jednadžbe

$$P = c \cdot d^2 \cdot l \cdot n$$

gdje je: n u tisućama, veličine d i l u cm, snagu dobijemo u kW. Konstanta c iznosi za srednje i velike strojeve od 1 do 2, za veoma male oko 0,3. Rješenje:

$$P = 1{,}5 \cdot 20^2 \cdot 25 \cdot 6{,}3 = 94\,500\ \text{W} = 94{,}5\ \text{kW}.$$



Slika 10-5

Zadatak

Kolika je snaga dvopolnog istosmjernog motora, ako je struja rotora s $N = 300$ zavoja u dvije paralelne grane $I = 20$ A pri maksimalnom $\Phi = 5 \cdot 10^{-3}$ Wb i $n = 800$ 1/min? ($P = E \cdot I = 800$ W)

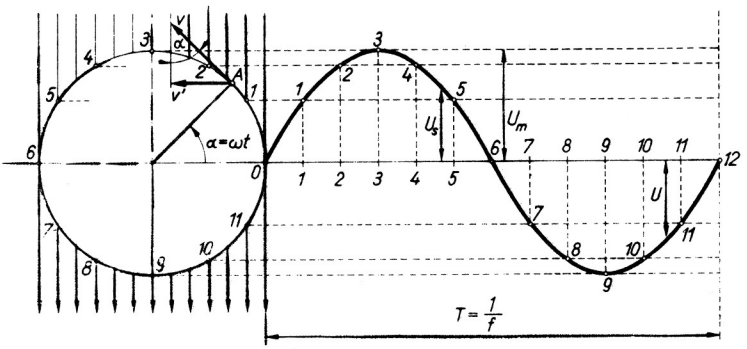
JEDNOFAZNA STRUJA

11. Nastanak i vrijednost induciranog jednofaznog napona

Pravila i formule

Izmjeničnu struju, tj. struju promjenljive vrijednosti i smjera, proizvodi inducirani izmjenični napon. Taj napon nastaje, na primjer, promjenom smjera gibanja vodiča prema sl. 7-1.

Izmjenični inducirani napon (izmjenična struja) mijenja svoju vrijednost i smjer (smisao) periodički. Najčešće proizvodimo takvu izmjeničnu struju (napon), čija vrijednost raste i pada sinusoidno (harmonički) sl. 11-1. To je takozvani *jednofazni napon*, odnosno *struja*.



Slika 11-1

Vodič A giblje se jednoliko po kružnici u homogenom magnetskom polju B brzinom v. Pri tome siječe silnice polja brzinom $v'=v \cdot \sin \alpha$, pa se inducira napon (trenutna, momentana vrijednost)

$$u_i = B \cdot l \cdot v' = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

Što je duljina l vodiča A veća i što je veći kut α, to će biti veći inducirani napon u vodiču. Okomice 1—1, 2—2, 3—3 itd. pokazuju vrijednost induciranog napona.

Nakon jednog okretaja vodiča A, proces se opetuje i stvara se daljnja perioda. Trajanje perioda T je konstantno. Veličinu, recipročnu periodu T zovemo frekvencija, tj. $f=1/T$. Jedinica za frekvenciju je 1 hertz=1 Hz.

Pri konstantnoj brzini vrtnje, rotor učini puni okret, tj. kut $\alpha=2\pi$, u toku jedne periode, dakle $t=T$. Prema tome kutna brzina ω iznosi:

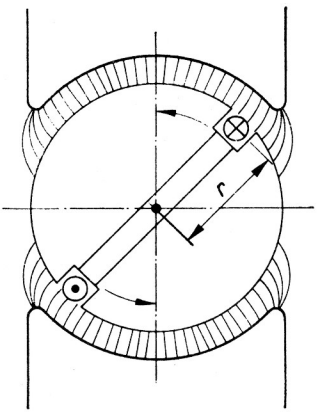
$$\omega=\frac{\alpha}{t}=\frac{2\pi}{T}=2\pi\cdot f.$$

Brzina gibanja vodiča po obodu kružnice s polumjerom r iznosi:

$$v=\omega r=2\pi\cdot f\cdot r.$$

Nakon uvrštenja u jednadžbu $U=B\cdot l\cdot v\cdot\sin\alpha$ dobit ćemo

$$u_i=B\cdot l\cdot\omega\cdot r\cdot\sin\omega\cdot t.$$



Slika 11-2

Za dva vodiča (zavoj na sl. 11-2) vrijedi:

$$u_i=2B\cdot l\cdot\omega r\cdot\sin\omega t$$

gdje je $2l\cdot r$ površina zavoja S, tj. $S=2l\cdot r$. Sređenjem formule dobivamo:

$$u_i=B\cdot S\cdot\omega\cdot\sin\omega\cdot t$$

$$u_i=\Phi_m\cdot\omega\cdot\sin\omega\cdot t,$$

Pri kutu $\omega \cdot t = 90°$ je sin $\omega \cdot t = 1$, pa se u vodiču inducira maksimalni napon U_m (u položaju 3 i 9). Nakon uvrštenja u predašnju jednadžbu, dobit ćemo

$$U_m = \Phi_m \cdot \omega.$$

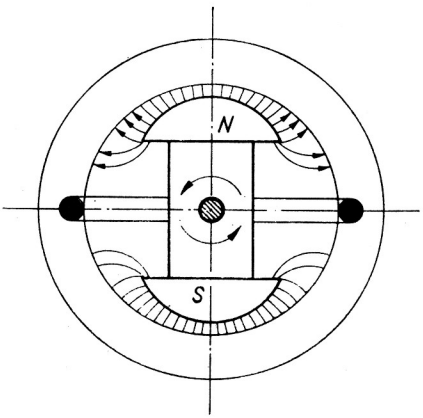
Inducirani napon u_i u bilo kojem trenutku t jednak je umnošku maksimalnog induciranog napona U_m, i sin $\omega \cdot t$ te ima oblik sinusoide

$$u_i = U_m \sin \omega \cdot t.$$

U namotu sa N zavoja maksimalan inducirani napon iznosi:

$$U_m = N \cdot \omega \cdot \Phi_m.$$

Izmjenični napon stvara se kako u izmjeničnom generatoru (alternatoru) tako i u istosmjernom generatoru (dinamu), gdje ga kolektorom mijenjamo u istosmjerni. U alternatoru stvara se u vodičima, koji su obično smješteni u utorima, statora, izmjenični napon, time što se magneti rotora okreću i svojim silnicama presijecaju vodiče (sl. 11-3).



Slika 11-3

Broj perioda u jedinici vremena, tj. frekvencija f izmjeničnog napona pri dvopolnom ($p = 1$) stroju jednaka je brzini vrtnje n:

$$f = n.$$

Kod stroja kod kojega rotor ima p pari polova bit će frekvencija

$$f = p \cdot n.$$

Za jedan okretaj vodiča (sl. 11-2) ili magneta (sl. 11-3) pri dvopolnom stroju stvori se u vodiču jedna perioda, pa će u vodiču biti dva puta maksimalna vrijednost napona (struje) i dva puta nulta vrijednost (točke 0,6). Vrijednosti 1—1, 2—2: 4—4, 5—5 itd. su *trenutne vrijednosti*. Trenutna je vrijednost, kako smo naveli prije,

$$u = U_m \cdot \sin \omega \cdot t.$$

Pri tome je *maksimalna vrijednost*

$$U_m = N \cdot \omega \cdot \Phi_m.$$

Pored tih vrijednosti imamo i *aritmetičku srednju vrijednost* U_s i I_s. Srednja vrijednost izmjenične struje jednaka je istosmjernoj struji koja izluči iz elektrolita jednaku količinu kovine, a iznosi:

$$U_s = \frac{2U_m}{\pi}; \quad I_s = \frac{2I_m}{\pi} = 0{,}636\ I_m.$$

Daljnja vrijednost izmjenične struje je *efektivna vrijednost* U, I, jednaka ekvivalentnoj istosmjernoj struji koja razvija u vodiču jednake gubitke snage (toplina!) kao izmjenična struja. Toplinski i elektromagnetski mjerni instrumenti pokazuju samo efektivne vrijednosti izmjenične struje. Trenutne vrijednosti izmjenične struje su različite i mijenjanju se od 0 do maksimuma. Efektivna vrijednost je stalna, kazaljka mjernog instrumenta ne treperi.

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ U_m, \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_m.$$

Vježbe

1 Koliku frekvenciju ima inducirani napon u namotu dvopolnog motora koji za jednu minutu načini 3000 okretaja (sl. 11-3)?

$$f = n = 3000\ 1/\text{min} = 3000/(60\ \text{s}) = 50/\text{s} = 50\ \text{Hz}.$$

To je frekvencija izmjenične struje rasvjetne mreže, koja u sekundi ima 100 puta maksimalnu vrijednost i 100 puta nultu vrijednost.

2 Koliku frekvenciju ima napon induciran četveropolnim rotorom pri 3000 okretaja u minuti?

$$f = p \cdot n = 2 \cdot 3000\ 1/\text{min} = 2 \cdot 3000/(60\ \text{s}) = 100\ \text{Hz}.$$

3 Koliku brzinu vrtnje n mora imati rotor alternatora pri dvopolnom, četveropolnom, osmeropolnom, deseteropolnom stroju da bi frekvencija f bila uvijek 50 Hz?

$$n = \frac{f}{p} = \frac{50\ \text{Hz}}{p} = \frac{50/\text{s}}{p} = \frac{3000/\text{min}}{p}$$

$$n_2 = \frac{3000/\text{min}}{1} = 3000\ 1/\text{min}$$

$$n_4 = \frac{3000/\text{min}}{2} = 1500\ 1/\text{min}$$

$$n_6 = \frac{3000/\text{min}}{3} = 1000\ 1/\text{min}$$

$$n_8 = \frac{3000/\text{min}}{4} = 750\ 1/\text{min}$$

$$n_{10} = \frac{3000/\text{min}}{5} = 600\ 1/\text{min}.$$

4 Koliko polova mora imati rotor sporohodnog generatora hidroelektrane, da bi pri 150 o/min dao struju frekvencije 50 Hz?

$$p = \frac{f}{n} = \frac{50\,\text{Hz}}{150\ 1/\text{min}} = \frac{50/\text{s}}{150/\text{min}} = \frac{50}{150}\,\frac{\text{min}}{\text{s}} = \frac{1}{3}\,\frac{60\,\text{s}}{\text{s}} = 20\ (\text{pari polova}).$$

Broj polova je $2p = 2 \cdot 20 = 40$.

5 Kolika se frekvencija stvara u vodičima četveropolnog generatora pri obodnoj brzini vodiča $v = 5$ m/s rotora koji ima promjer 20 cm?

$$v = \pi d \cdot n; \qquad n = \frac{v}{\pi d} = \frac{5\,\text{m/s}}{\pi \cdot 0{,}2\,\text{m}} = 7{,}96\,\frac{1}{\text{s}}$$

$$f = p \cdot n = 2 \cdot 7{,}96\ 1/\text{s} = 15{,}9\ \text{Hz}.$$

6 Izmjenična struja rasvjetne mreže ima frekvenciju $f = 50$ Hz. Koliko je trajanje T jedne periode i kolika je kružna frekvencija ω?

$$f = \frac{1}{T};\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\,\text{Hz}} = \frac{1}{50/\text{s}} = 0{,}02\ \text{s}.$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 50\ \text{Hz} = 314/\text{s}.$$

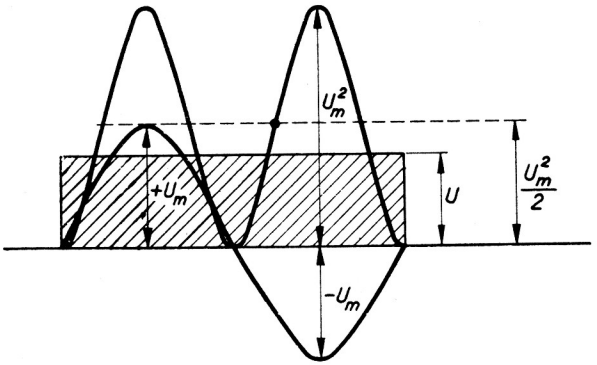
7 Voltmetar pokazuje 150 V izmjeničnog napona. Koju vrijednost pokazuje? Kolika je maksimalna vrijednost mjerenog napona (sl. 11-4)?

Voltmetar pokazuje efektivnu vrijednost $U = 150$ V. Maksimalna je vrijednost izmjenične struje

$$U_m = U \cdot \sqrt{2} = 150\ \text{V} \cdot 1{,}41 \approx 212\ \text{V}.$$

Izmjenična struja frekvencije $f = 50$ Hz ima ovu maksimalnu vrijednost napona 100 puta u sekundi. Izmjenična struja napona $U_m = 212$ V ima isti toplinski i magnetski učinak kao istosmjerna struja napona $U = 150$ V.

Na sl. 11-4 prikazan je kvadrat sinusoide, kvadrat maksimalne vrijednosti napona U_m^2, njena srednja vrijednost $\frac{1}{2}\,U_m^2$ i drugi korijen te srednje vrijednosti $U = U_m/\sqrt{2}$. Snaga gubitaka koju u obliku topline razvija električna struja u vodiču proporcionalna je kvadratu struje ($R \cdot I^2$) ili naponu (U^2/R).



Slika 11-4

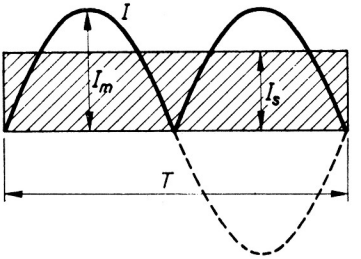
8 Ampermetar je pokazao 20 A. Kolika je maksimalna, a kolika srednja vrijednost (Sl. 11-5)?

Ampermetar pokazuje efektivnu vrijednost $I=20$ A. Maksimalna vrijednost izmjenične struje iznosi:

$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 20 \text{ A} \cdot 1{,}41 = 28{,}2 \text{ A}.$$

Srednja vrijednost je

$$I_s = 0{,}636\, I_m = 0{,}636 \cdot 28{,}2 \text{ A} = 17{,}93 \text{ A}.$$



Slika 11-5

Istosmjerna struja 17,93 A ima isti učinak elektrolitski kao izmjenična struja s efektivnom vrijednosti $I=20$ A ili s maksimalnom vrijednosti $I_m=28{,}2$ A. Šrafirana površina pravokutnika (sl. 11-5) jednaka je zbroju površina dviju polovina sinusoide. Obje površine su proporcionalne količini struje $I \cdot T$. Izmjenična struja maksimalne vrijednosti $I_m=28{,}2$ A daje jednaku toplinsku snagu kao istosmjerna struja vrijednosti 20 A.

9 Izmjenična struja kojoj je maksimalna vrijednost napona $U_m = 100$ V potiskuje otporom $R = 10\ \Omega$ izmjeničnu struju. Kolika je maksimalna vrijednost struje i kolika je električka snaga koja se u otporu R preobrazuje u toplinsku?

$$I_m = \frac{U_m}{R} = \frac{100\ \text{V}}{10\ \Omega} = 10\ \text{A}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = I_m \cdot 0{,}707 = 7{,}07\ \text{A}.$$

Izgubljena snaga na otporu $R = 10\ \Omega$ je:

$$P = R \cdot I^2 = 10\ \Omega \cdot (7{,}07\ \text{A})^2 = 499{,}84\ \text{W} \approx 500\ \text{W}.$$

Izmjenična struja kojoj je maksimalna vrijednost struje 10 A proizvodi jednaku toplinsku snagu kao istosmjerna stuja konstantne vrijednosti 7,07 A.

10 Koliki mora biti ispitni napon kondenzatora ako se koristi pri naponu 220 V?

Napon 220 V je efektivna vrijednost (U). Dielektrik (izolacija) kondenzatora je naprezana sto puta u sekundi udarcima maksimalnog napona

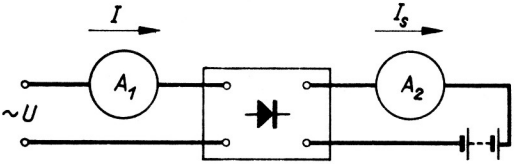
$$U_m = \sqrt{2} \cdot U = 1{,}414 \cdot 220\ \text{V} = 311\ \text{V}.$$

Kondenzator se ispituje na viši napon od maksimalnog; u ovom slučaju ispitni napon uzimamo 500 V.

11 Kabel radi s naponom 5000 V. Koliki napon napreže izolaciju!

$$U = 5000\ \text{V};\ U_m = \sqrt{2} \cdot U = 1{,}414 \cdot 5000\ \text{V} = 7070\ \text{V}.$$

12 Koliko ampersati (Ah) ima akumulator ako se je punio 10 sati ispravljenom izmjeničnom strujom $I = 1{,}56$ A (sl. 11-6)?



Slika 11-6

Efektivnu struju I pokazuje ampermetar A_1. Ispravljač daje struju koje je srednja vrijednost I_s, a ukupna količina elektrike

$$Q = I_s \cdot t.$$

Zbog toga što je:

$$I_s = \frac{2\,I_m}{\pi}.$$

Količina elektrike iznosi:

$$Q = \frac{2}{\pi} I_m \cdot t.$$

Poznata nam je samo vrijednost I, koju ćemo uvrstiti umjesto I_m, tj. $I_m = \sqrt{2}\, I$:

$$Q = \frac{2}{\pi}\sqrt{2} \cdot I \cdot t = 0{,}636 \cdot 1{,}41 \cdot 1{,}56\ \text{A} \cdot 10\ \text{h} \approx 14\ \text{Ah}.$$

Ampermetar A_2 na sl. 11-6 pokazat će vrijednost I_s samo tada ako djeluje na principu elektrolize.

13 Pravokutni zavoj (dva vodiča) ima brzinu vrtnje 1200 1 min u homogenom magnetskom polju indukcije $B = 0{,}8$ T. Dužina vodiča je 20 cm, a širina zavoja 15 cm. Kolika je maksimalna vrijednost induciranog napona (sl. 11-2).?

U takvom položaju zavoja, kada donji i gornji vodič presijecaju najviše silnica, inducira se maksimalni napon

$$U_m = 2B \cdot l \cdot v = 2B \cdot l \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

$$U_m = 2 \cdot 0{,}8\text{T} \cdot 0{,}20\ \text{m} \cdot 314 \cdot 0{,}15\ \text{m} \cdot 1200\ 1\ \text{min}$$

$$U_m = 181\ \text{Tm}^2/\text{min} = 181\ \text{Tm}^2/(60\ \text{s}) = 3{,}01\ \text{V},$$

jer je volt = V = Tm^2/s (za odnose među jedinicama vidi knjigu M. Brezinščak: Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti, Tehnička knjiga, Zagreb (primjedba prevodioca).

U svakom drugom položaju inducirani je napon manji i mijenja se prema jednadžbi

$$U = U_m \cdot \sin \omega \cdot t = 3{,}01\ \text{V} \cdot \sin (2\pi \cdot f \cdot t).$$

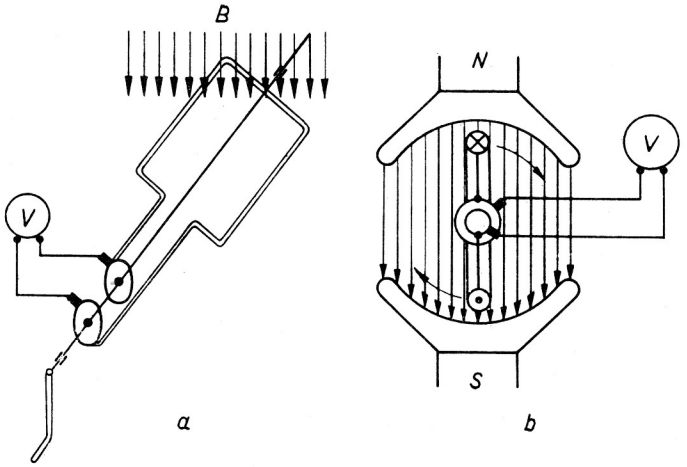
14 Rotor s permanentnim dvopolnim magnetom stvara magnetsko polje sinusoidnog oblika maksimalne indukcije $B = 1$ T; ima 2500 1 min. Koliki je maksimalni inducirani napon u zavoju, koji ima aktivne strane 10 cm duge i 8 cm međusobno udaljene (sl. 11-7a)?

U danom položaju magneta ne inducira se nikakav napon u zavoju (u vodičima). Tek je u okomitom položaju (90°) indukcija maksimalna, pa je

$$U_m = 2B \cdot l \cdot v = 2B \cdot l \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

$$U_m = 2 \cdot 1\ \text{T} \cdot 0{,}10\ \text{m} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}08\ \text{m} \cdot 2400\ 1\ \text{min}$$

$$U_m = 2\ \text{V}.$$



Slika 11-7

15 U homogenom magnetskom polju indukcije $B = 0{,}8$ T okreće se pravokutna zavojnica s 40 zavoja, kojih su izmjere 15×10 cm; brzina vrtnje iznosi $n = 1200$ 1/min $= 20$ 1/s. Kolika je maksimalna, srednja i efektivna vrijednost induciranog napona u zavojnici? Kolika je bila efektivna vrijednost struje pri spoju zavojnice preko ampermetra, tj. pri kratkom spoju, ako je presjek žice zavojnice 0,07 mm (sl. 11-7b)?

Maksimalni inducirani napon u zavojnici (na slici je zbog jednostavnosti nacrtan samo jedan zavoj) iznosi:

$$U_m = \omega \cdot \Phi_m \cdot N = 2\pi \cdot f \cdot B \cdot S \cdot N$$

$$U_m = 2\pi \, 20 \frac{\text{okr}}{\text{s}} \cdot 0{,}8 \text{ T} \cdot 0{,}15 \text{ m} \cdot 0{,}10 \text{ m} \cdot 40$$

$$U_m = 60{,}28 \text{ V}.$$

Srednja vrijednost napona je:

$$U_s = \frac{2}{\pi} U_m = 0{,}636 \cdot 60{,}28 \text{ V} = 38{,}33 \text{ V}.$$

Efektivna vrijednost induciranog napona iznosi:

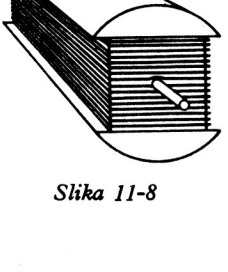
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot U_m = 0{,}707 \cdot 60{,}28 \text{ V} = 42{,}6 \text{ V}.$$

Omski otpor zavojnice je:

$$R=\rho\frac{l}{S}=0{,}0178\,\frac{\Omega\text{m}}{\text{mm}^2}\,40\cdot 2\,(0{,}10+0{,}15)\,\text{m}:0{,}07\,\text{mm}^2=5{,}08\,\Omega$$

$$I=\frac{U}{R}=\frac{42{,}6\,\text{V}}{5{,}08\,\Omega}=8{,}3\,\text{A}.$$

16 Željezna kotva magnetskog induktora ima 4000 zavoja i vrti se u magnetskom polju permanentnih magneta indukcije $B=0{,}5$ T brzinom vrtnje 1500 1/min. Srednje veliki zavoj ima površinu 10×2 cm. Kolika je frekvencija te maksimalna i efektivna vrijednost induciranog napona (sl. 11-8)?



Slika 11-8

Frekvencija je

$$f=p\cdot n=1\cdot 1500\ 1/\text{min}=1500\ 1/(60\,\text{s})=25\,\text{Hz}$$

$$U_m=\omega\cdot\Phi_m\cdot N=2\pi f\cdot B\cdot 0{,}10\,\text{m}\cdot 0{,}02\,\text{m}\cdot 4000$$

$$U_m=2\cdot 3{,}14\cdot 25\,\text{Hz}\cdot 0{,}5\,\text{T}\cdot 0{,}10\,\text{m}\cdot 0{,}02\,\text{m}\cdot 4000$$

$$U_m=628\,\text{V}$$

$$U=U_m:\sqrt{2}=U_m\cdot 0{,}707=628\,\text{V}\cdot 0{,}707=444\,\text{V}.$$

Rotor nas podsjeća na elektromagnet izmjeničnog generatora. Pri magnetskom induktoru je permanentni magnet stator, a kotva (indukt) rotor. Maksimalni napon se inducira kad je os rotora u neutralnoj zoni, tj. kad zavojnicom ne prolazi nikakav magnetski tok.

17 Dvopolni jednofazni generator ima u statoru 500 serijski spojenih vodiča kojih je aktivna dužina 30 cm. Ti vodiči presijecaju silnice elektromagneta rotora. Promjer je rotora 10 cm, a brzina vrtnje 3000 1 min. Njegov elektromagnet ima ukupni magnetski napon toliki da u zračnom rasporu doseže indukciju $B=0{,}9$ T. Kolika je maksimalna i efektivna vrijednost induciranog napona (sl. 11-9)?

Inducirani napon u vodičima je izmjenični zbog toga što svaki vodič presijeca izmjenično čas sjeverni čas južni pol. Smjer induciranog napona pronaći ćemo pravilom desne ruke. Treba, naravno, zamisliti da vodič miruje.

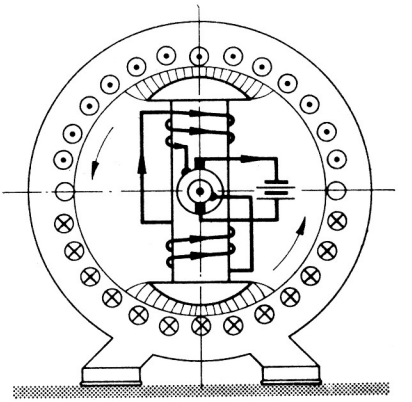
$$U_m = B \cdot l \cdot v \cdot N = B \cdot l \cdot \pi \cdot d \cdot n$$

$$n = 3000\ 1/\text{min} = 3000\ 1/(60\ \text{s}) = 50\ 1/\text{s}.$$

$$U_m = 0{,}9\ \text{T} \cdot 0{,}30\ \text{m} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2\ \text{m} \cdot 50\frac{1}{\text{s}} \cdot 500$$

$$U_m = 4239\ \text{V}$$

$$U = U_m : \sqrt{2} = U_{max} \cdot 0{,}707 = 4239\ \text{V} \cdot 0{,}707 \approx 2997\ \text{V}.$$



Slika 11-9

Voltmetar će u praznom hodu stroja pokazati napon 2997 V. Frekvencija induciranog napona (struje) je:

$$f = p \cdot n = 1 \cdot 50\ 1/\text{s} = 50\ \text{Hz}.$$

18 Četveropolni generator treba proizvesti jednofazni inducirani napon efektivne vrijednosti 400 V (50 Hz). Koliku brzinu vrtnje n mora imati rotor s magnetima i koliko zavoja mora imati svaka od 4 zavojnica namota statora, koje su serijski međusobno spojene, ako je maksimalni tok pola rotora $\Phi_m = 5 \cdot 10^{-3}$ Wb (sl. 11-10)?

Brzina vrtnje rotora iznosi:

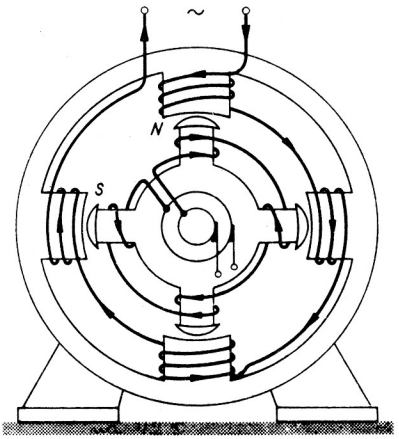
$$n = \frac{f}{p} = \frac{50\ \text{Hz}}{2} = 25\ 1/\text{s} = 25\ 1/(\text{min}/60) = 1500\ 1/\text{min}.$$

Maksimalni inducirani napon je:

$$U_m = \omega \cdot \Phi_m \cdot N = 2\pi f \cdot \Phi_m \cdot N.$$

Efektivna vrijednost induciranog napona je:

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} 2\pi f \cdot \Phi_m \cdot N = 4{,}44 f \cdot \Phi_m \cdot N.$$



Slika 11-10

Ukupni broj serijski spojenih zavoja u sve četiri zavojnice iznosi:

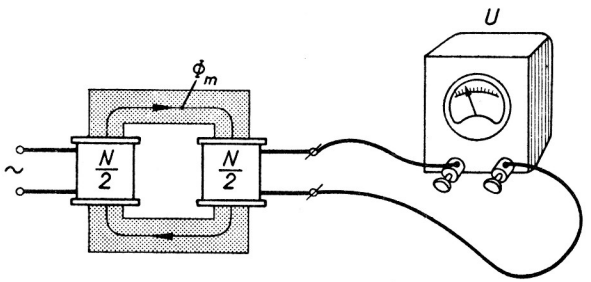
$$N = \frac{U_{ef}}{4{,}44 \cdot f \cdot \Phi_m} = \frac{400\ \text{V}}{4{,}44 \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}} = 363.$$

Jedna zavojnica statora imat će

$$\frac{N}{4} = \frac{363}{4} \approx 91 \text{ zavoj.}$$

Generator na sl. 11-10 je stara konstrukcija. Danas se ne proizvode generatori koji istodobno imaju polove u statoru i rotoru. Naime, indukt (kotva), tj. dio stroja u kome se inducira napon nema danas istaknute polove kako se to vidi na sl. 11-10. Namot statora je tako izveden da stvara u osnovi zavojnicu, kako je to bolje vidljivo na sl. 11-10, nego na sl. 11-9, na kojoj ne vidimo način spajanja vodiča.

19 Sekundarnom zavojnicom transformatora, koji ima 1000 zavoja, prolaz izmjenični magnetski tok $\Phi_m = 5 \cdot 10^{-4}$ Wb, kojeg je frekvencija $f = 50$ Hz Kolika je maksimalna efektivna vrijednost i kakva je formula za trenutnu vrijednos (sl. 11-11)?



Slika 11-11

Maksimalna vrijednost induciranog napona iznosi:

$$U_m = \omega \cdot \Phi_m \cdot N$$

$$U_m = 2\pi f \cdot \Phi_m \cdot N = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \cdot 1000 = 157 \text{ V}.$$

Efektivna vrijednost je:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \cdot \Phi_m \cdot N}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m \cdot N$$

$$U_{ef} = 4{,}44 \cdot f \cdot \Phi_m \cdot N = U_m/\sqrt{2} = 157 \text{ V}/\sqrt{2} = 11 \text{ V}.$$

Trenutna vrijednost u mijenja se s vremenom prema sinusoidi ($\omega = 2\pi f = 2\pi/T$)

$$u = U_m \cdot \sin \omega t = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}\, t\right)$$

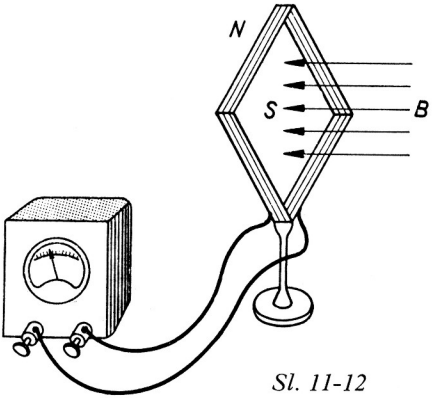
$$u = 157 \text{ V} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0{,}02 \text{ s}}\, t\right).$$

20 Okvirna antena (sl. 11-12) ima površinu $S = 50$ cm $\cdot$ 50 cm i 20 zavoja. Pri elektromagnetskom valu, dužine 300 m, tj. pri $f = 10^6$ Hz inducira se u okvirnoj anteni efektivni napon 1 mV. Kolika je maksimalna indukcija B_m, u anteni?

$$U_m = \omega \cdot \Phi_m \cdot N = U\sqrt{2} \cdot \Phi_m = \frac{U\sqrt{2}}{\omega N}$$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{U\sqrt{2}}{2\pi f N \cdot S} = \frac{0{,}001\ \mathrm{V}\sqrt{2}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6\ \mathrm{Hz} \cdot 20 \cdot 0{,}50 \cdot 0{,}50\ \mathrm{m}^2}$$

$$B_m = \frac{0{,}001\ \mathrm{V} \cdot \sqrt{2}}{3140 \cdot 10^4\ \mathrm{Hz\,m}^2} = 4{,}5 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{T}.$$



Sl. 11-12

Zadatak se može riješiti i pomoću jednadžbe za transformator

$$U = 4{,}44 \cdot f \cdot \Phi_m \cdot N$$

$$B_m = \frac{U}{4{,}44 \cdot f \cdot S \cdot N} = \frac{0{,}001 \cdot \mathrm{V}}{4{,}44 \cdot 10^6\ \mathrm{Hz} \cdot 0{,}50 \cdot 0{,}50\ \mathrm{m}^2 \cdot 20}$$

$$B_m = 4{,}5 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{T}.$$

Zadaci

1. Kakva je jednadžba induciranog napona koji nastaje u zavojnici sa 1000 zavoja, ako se u njoj mijenja magnetski tok s frekvencijom $f = 50$ Hz pri maksimalnoj vrijednosti $\Phi_m = 8 \cdot 10^{-4}$ Wb? $U_m = 251{,}2$ V; $u = 251{,}2 \sin(2\pi \cdot 50\ \mathrm{t/s})$.

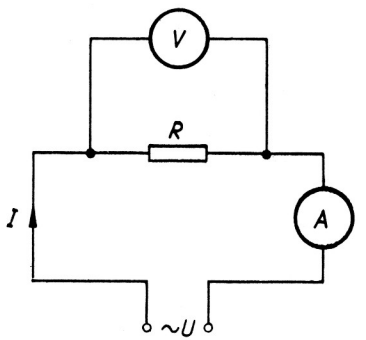
2. Pravokutna zavojnica s 300 zavoja okreće se u istosmjernom magnetskom polju s $B = 1{,}2$ T brzinom vrtnje $n = 3000$ 1/min. Zavojnica ima izmjere 25 cm × 20 cm. Kolika je maksimalna vrijednost induciranog napona i koliki je napon u jednom vodiču (5657,4 V; 9,4 V)?

12. Rješavanje jednostavnih električkih krugova pri izmjeničnoj struji

Pravila i formule

a) Krug s omskim otporom

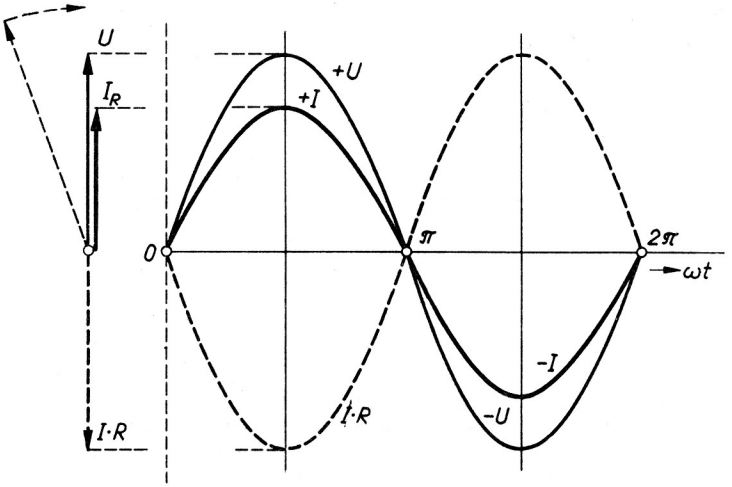
U električkom krugu koji sadržava samo omski (djelatni) otpor ponaša se električka struja kao istosmjerna. U trenutku maksimalnog napona U također je i struja maksimalna (amplituda struje), a u trenutku nultog napona u krugu je također i struja koja ima vrijednost 0. Napon izvora U i struja I su u fazi (sl. 12-1 i 12-2).



Slika 12-1

Sve formule izvedene za krugove s istosmjernom strujom vrijede također i za efektivne vrijednosti izmjenične struje u krugu koji ima samo omski otpor. Dosad rješavani zadaci vrijede i za izmjeničnu struju, ako računamo s efektivnim vrijednostima.

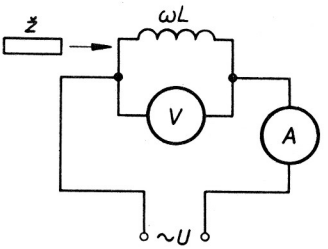
Umjesto slikovnog dijagrama u sl. 12-2 nacrtan je lijevo jednostavniji vektorski dijagram. Vektori električkih veličina ponekad predstavljaju maksimalne vrijednosti, ali najčešće su efektivne vrijednosti. Na sl. 12-2 lijevo se *vektori podudaraju*, što znači *da su u fazi* (krug s omskim otporom).



Slika 12-2

b) Krug s induktivitetom

U krugu izmjenične struje sa zavojnicom na sl. 12-3 uzimamo u obzir samo induktivitet L zavojnice, a ne i njen omski otpor, koji je veoma malen. Pri istosmjernoj struji ima induktivitet L utjecaj samo pri ukapčanju ili iskapčanju kruga. Struja pri istosmjernom naponu U bila bi veoma jaka pri zanemarivom omskom otporu



Slika 12-3

Pri izmjeničnoj struji se mijenja magnetsko polje zavojnice i inducira u vlastitim zavojcima napon U_L samoindukcije, koji djeluje protiv napona izvora U.

Napon samoindukcije izvora je to veći što je veći induktivitet L i što su veće i brže promjene struje (toka), tj. što je veća frekvencija f. Napon je samoindukcije

$$U_L = L \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

i proporcionalan je toku Φ, frekvenciji i broju zavoja N zavojnice, tj.

$$U_L \sim \Phi \cdot f \cdot N \sim \Phi \cdot \omega \cdot N.$$

Induktivitet L, a time i napon samoindukcije povećamo unošenjem željeza $\check{Z}$ u zavojnicu (sl. 12-3), nakon toga ampermetar će pokazati pad struje. Možemo reći, da se napon samoindukcije ponaša kao otpor, koji se protivi porastu struje Taj otpor nazivamo *induktivnim otporom* X_L:

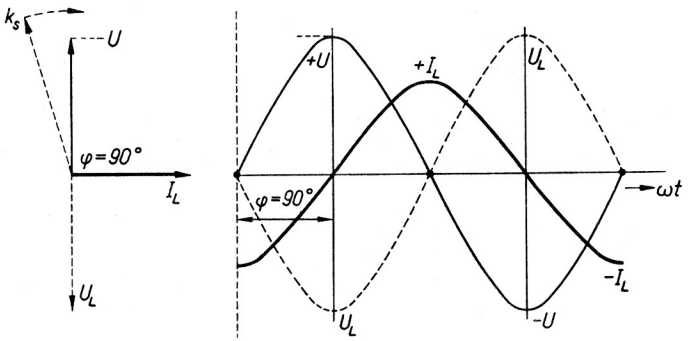
$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L.$$

Struja je prema Ohmovom zakonu jednaka:

$$I_L = \frac{U}{\omega \cdot L}.$$

U krugu s induktivnim otporom struja I_L kasni 90° za naponom U izvora (sl. 12-4). Maksimalna, odnosno nulta vrijednost napona U rani za 90° (za $\pi/2$ odnosno 1/4 periode) pred maksimalnom ili nultom vrijednosti struje.

Ovo vremensko kašnjenje odgovarajućih vrijednosti napona i struje nazivamo *faznim pomakom* φ.



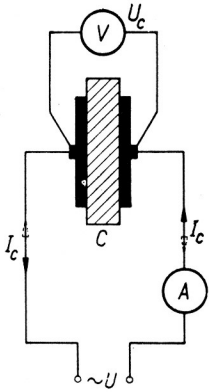
Slika 12-4

Na sl. 12-4 desno prikazano je kako se ponaša napon U, odnosno struja I_L u krugu s induktivnim otporom; lijevo je vektorski dijagram. Vektori efektivnih vrijednosti (ili maksimalnih) su međusobno pomaknute za $\varphi = 90°$. Kazaljka sata k_s (vremenska os), koja se giblje kao sekundna kazaljka sata, najprije dođe u polo-

žaj napona a tek nakon toga, 1/4 periode kasnije u položaj struje I_L. Vektorske dijagrame crtamo, uglavnom, zbog faznih pomaka φ. Napon U_L je reaktivni napon koji drži ravnotežu aktivnom naponu izvora U. Reaktivni napon U_L je pomaknut za 180° prema naponu U, a stvara ga promjenljiva struja slično kao $I \cdot R$ (sl. 12-2).

c) Krug sa kapacitetom

U jednostavnom krugu s izvorom izmjeničnog napona U nalazi se nabijen kondenzator kapaciteta C. Omski i induktivni otpor je neznatan pa ga zanemarujemo (sl. 12-5).



Slika 12-5

Pri uključenju na izvor istosmjerne struje kondenzator se nabije; na kondenzatoru se stvori napon U_c, koji je jednak naponu U izvora, ali suprotnog smjera. Nakon nabijanja struja više ne teče zbog toga što kroz izolaciju kondenzatora struja ne može da teče.

Kod izmjenične struje kondenzator se izmjenično nabija i izbija. Kroz izolaciju (dielektrik) ne teče niti izmjenična struja, a ampermetar pokazuje efektivnu vrijednost stalno nabijajuće i izbijajuće struje.

Struja nabijanja i izbijanja kondenzatora bit će to jača, što će viša biti frekvencija f struje i kapacitet C kondenzatora. Struja je proporcionalna kapacitetu i frekvenciji

$$I \sim f \cdot C$$

$$I \sim \omega \cdot C.$$

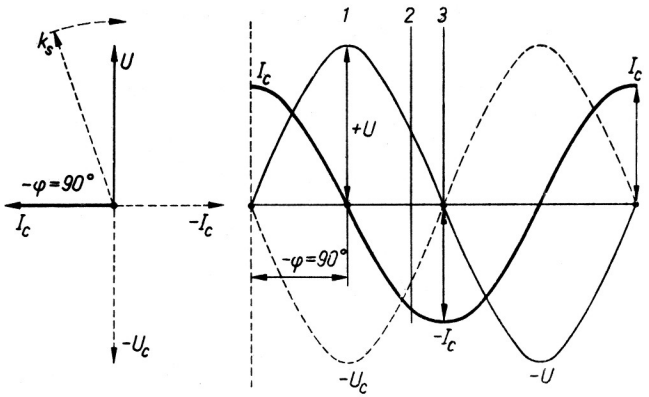
Kapacitivni otpor X_c je indirektno proporcionalan vrijednosti $\omega \cdot C$, tj.

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}.$$

Struja u krugu, u kojem je samo kapacitet, bit će prema Ohmovom zakonu:

$$I = \frac{U}{X_c} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U \cdot \omega \cdot C.$$

U trenutku 1 (sl. 12-6) je kondenzator nabijen u krugu ne teče nikakva struja i napon nabijenog kondenzatora U_c djeluje suprotno od napona izvora U. U trenutku 2 napon izvora pada, struja izbijanja raste i usmjerena je na lijevu oblogu kondenzatora (crtkane strelice) na slici 12-5. U trenutku 3 je napon izvora nula, a kondenzator može najjačom strujom izbijati desnu oblogu kondenzatora i nabijati lijevu.



Slika 12-6

Struja i napon nisu u fazi. Pri idealnom kondenzatoru (bez gubitaka) struja kondenzatora rani ispred napona U izvora za 90° (1/4 periode).

Kazaljka sata k_s (vremenska os) na vektorskom dijagramu sretne se najprije s kapacitivnom strujom I_c, a tek potom s naponom U. Odnosi su obrnuti nego pri induktivitetu (pri zavojnici).

Induktivni i kapacitivni otpor su *jalovi*, odnosno *reaktancije*. X_L je *induktivna reaktancija*, a X_c je *kapacitivna reaktancija*.

Vježbe

1 Zavojnica ima induktivitet $L = 0{,}1$ H i neznatni omski otpor koji zanemarujemo. Koliki je induktivni otpor (induktivna reaktancija) zavojnice pri frekvenciji $f = 50$ i 10^6 Hz?

Pri $f = 50$ Hz induktivni je otpor

$$X = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0{,}1 \text{ H}$$

$$X = 31{,}4\ \Omega.$$

Pri $f=10^6$ Hz

$$X=2 \cdot 3{,}14 \cdot 1\,000\,000 \text{ Hz} \cdot 0{,}1 \text{ H}$$

$$X=628\,000\ \Omega.$$

Što je viša frekvencija izmjenične struje, to veći je induktivni otpor.

2 Pri kolikoj će frekvenciji zavojnica induktiviteta 10 mH imati induktivni otpor 800 Ω?

$$X=2\pi f \cdot L; \qquad L=10 \text{ mH}=0{,}01 \text{ H}$$

$$f=\frac{X}{2\pi \cdot L}=\frac{800\ \Omega}{6{,}28 \cdot 0{,}01 \text{ H}}=12\,783 \text{ Hz}.$$

3 Koliki induktivitet mora imati zračna zavojnica, da bi pri frekvenciji $f=10^6$ Hz imala induktivni otpor $X=20\,000\ \Omega$

$$L=\frac{X}{2\pi \cdot f}=\frac{20\,000\ \Omega}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6 \text{ Hz}}=0{,}00318 \text{ H}=3{,}18 \text{ mH}.$$

4 Kolika struja teče zračnom zavojnicom induktiviteta $L=60$ mH, ako je priključena na izmjenični napon $U=220$ V frekvencije 50 Hz? Kolika će biti struja nakon umetanja željezne jezgre s relativnim permeabilitetom $\mu \cdot r=1000$ (sl. 12-3)?

$$I=\frac{U}{X}=\frac{U}{2\pi \cdot f \cdot L}=\frac{220 \text{ V}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0{,}06 \text{ H}}=\frac{220 \text{ V}}{18{,}84\ \Omega}$$

$$I=11{,}68 \text{ A}.$$

Umetanjem željezne jezgre sa $\mu_r=1000$, induktivitet će postati μ_r puta veći, tj. $L=0{,}06 \text{ H} \cdot 1000 = 60 \text{ H}$. Zbog toga će struja biti μ_r puta manja

$$I=\frac{11{,}68 \text{ A}}{1000}=0{,}01168 \text{ A}=11{,}68 \text{ mA}.$$

5 Koliki napon ima zavojnica induktiviteta $L=0{,}8$ H, ako pri frekvenciji od $f=1000$ Hz propušta struju $I=0{,}2$ A?

$$U=I \cdot X=I \cdot \omega \cdot L=0{,}2 \text{ A} \cdot 2\pi \cdot 1000 \text{ Hz} \cdot 0{,}8 \text{ H}$$

$$U=1004{,}8 \text{ V}.$$

6 Treba ustanoviti koliki je otpor elektromagneta induktiviteta 200 mH priključen na mrežu 220 V, 50 Hz.

Izračunamo

$$X=\omega \cdot L=2\pi \cdot f \cdot L=314 \cdot 1/\text{s} \cdot 0{,}2 \text{ H}=62{,}8\ \Omega.$$

Induktivni otpor može se utvrditi eksperimentalno prema spoju na sl. 12-3. Otpor iznosi $U=220\ \text{V}/I$. Struju će nam pokazati ampermetar.

7 Izračunajmo induktivitet elektromagneta kojeg je induktivni otpor 150 Ω ako ga koristimo za struju iz rasvjetne mreže frekvencije $f=50$ Hz.

$$X=\omega \cdot L=2\pi \cdot f \cdot L$$

$$L=\frac{X}{2\pi \cdot f}=\frac{150\ \Omega}{314/\text{s}}=0{,}477\ \text{H}.$$

Pri drugoj frekvenciji je induktivni otpor elektromagneta drugačiji.

8 Utvrdimo induktivitet elektromagneta korištenjem ampermetra, ako ga spojimo prema shemi na sl. 12-3 na mrežu 220 V i $f=50$ Hz. Ampermetar je pokazao 2 A.

Najprije izračunamo induktivni otpor

$$X=\frac{U}{I}=\frac{220\ \text{V}}{2\ \text{A}}=110\ \Omega$$

$$L=\frac{X}{2\pi \cdot f}=\frac{110\ \Omega}{314/\text{s}}\approx 0{,}350\ \text{H}.$$

9 Izračunajmo kapacitivni otpor (kapacitivnu reaktanciju) kondenzatora kapaciteta 4 μF, koji je priključen na rasvjetnu mrežu frekvencije $f=50$ Hz (sl. 12-5).

$$X_c=\frac{1}{\omega \cdot C}=\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}=\frac{1}{314\ \text{s} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}$$

$$X_c=\frac{10^6\ \text{s}}{314 \cdot 4\ \text{F}}=\frac{1\ 000\ 000\ \text{s}}{1256\ \text{F}}=796\ \Omega.$$

10 Izračunajmo kapacitet kondenzatora otpora 524 Ω, koji je priključen na mrežu 50 Hz.

$$X_c=\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}\qquad C=\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C}.$$

$$C=\frac{1}{314/\text{s} \cdot 524\ \Omega}=0{,}000\ 006\ \text{F}=6\ \mu\text{F}.$$

11 Kondenzator kapaciteta 10 μF je priključen na izmjenični napon 220 V, 50 Hz. Kolika je efektivna struja?

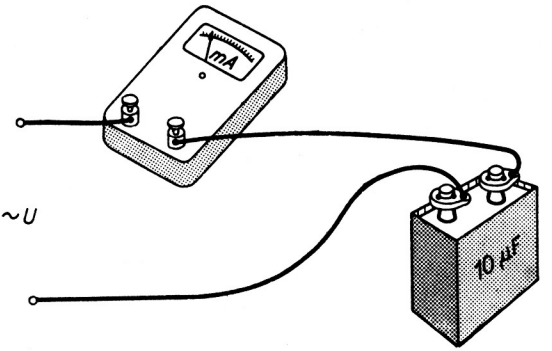
$$I=I_c=\frac{U}{X_c}=\frac{U}{\dfrac{1}{\omega \cdot C}}=U \cdot \omega \cdot C=U \cdot 2\pi \cdot f \cdot C$$

$$I=220\ \text{V} \cdot 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6}\ \text{F}\approx 0{,}7\ \text{A}.$$

12 Miliampermetar u krugu s kondenzatorom od 10 μF pokazuje 0,1 A (sl. 12-7). Koliki napon vlada na stezaljkama kondenzatora ako je frekvencija 100 Hz?

$$U = I \cdot X_c = \frac{I}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{0{,}1\ \text{A}}{6{,}28 \cdot 100\ \text{Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}$$

$$U = \frac{10\,000\ \text{As}}{628\ \text{F}} = 15{,}93\ \text{V} \approx 16\ \text{V}.$$



Slika 12-7

13 Koliki otpor za izmjeničnu struju frekvencije 10^2, 10^3 i 10^6 Hz ima kondenzator kapaciteta 10 000 pF?

$$\text{pF} = 10^{-12}\ \text{F}, \quad 10\,000\ \text{pF} = 10^{-8}\ \text{F}; \quad \text{F}\Omega = \text{s} = 1/\text{Hz}$$

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 10^{-8}\ \text{F} \cdot f} = \frac{10^8}{6{,}28\ \text{F} \cdot f}.$$

Kapacitivni otpor pri frekvenciji $f = 100$ Hz iznosi

$$X_c = \frac{10^8}{6{,}28\ \text{F} \cdot 10^2\ \text{Hz}} = \frac{10^6\ \Omega}{6{,}28} = 159\,230\ \Omega.$$

Pri frekvenciji $f = 10^3$ Hz

$$X_c = 15\,923\ \Omega.$$

Pri frekvenciji $f = 10^6$ Hz

$$X_c = 15{,}92\ \Omega.$$

Što je viša frekvencija struje, to je manji otpor i obrnuto.

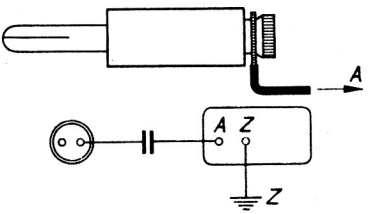
14 Izračunajmo frekvenciju izvora koji pri naponu $U=220$ V potiskuje kondenzatorom kapaciteta 4 μF izmjeničnu struju 18,64 miliampera! (Sl. 12-7).

$$I=\frac{U}{X_c}=\frac{U}{\frac{1}{\omega \cdot C}}=U \cdot \omega \cdot C=U \cdot 2\pi \cdot f \cdot C$$

$$f=\frac{I}{U \cdot 2\pi \cdot C}=\frac{0{,}298\ \text{A}}{220\ \text{V} \cdot 6{,}28 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}\ ; \qquad \frac{\text{A}}{\text{V F}}=\text{Hz}$$

$$f=\frac{0{,}298 \cdot 10^{6}\ \text{Hz}}{220 \cdot 6{,}28 \cdot 4} \approx 50\ \text{Hz}.$$

15 Pri korištenju antenora (kondenzatora) koristimo rasvjetnu mrežu kao antenu (sl. 12-8). Na antenor djeluje napon rasvjetne mreže $U=220$ V i napon $U_r=1$ mV radio-vala, npr. valne dužine 300 m ($f_r=10^6$ Hz). U kakvom su odnosu struja mreže I i struja radio-vala I_r koje teku antenorom?



Slika 12-8

Antenor kapaciteta C predstavlja sasvim drugačiji otpor struji iz rasvjetne mreže frekvencije $f=50$ Hz nego struji radio-frekvencije $f_r=10^6$ Hz za koju je malen. Struja iz mreže je

$$I=\frac{U}{X}=\frac{U}{\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}}=U \cdot 2\pi \cdot f \cdot C,$$

Struja radio-vala dužine 300 m, tj. $f_r=10^6$ Hz iznosi:

$$I_r=\frac{U_r}{X_r}=\frac{U_r}{\frac{1}{2\pi \cdot f_r \cdot C}}=U_r \cdot 2\pi \cdot f_r \cdot C.$$

Odnos struja je:

$$\frac{I}{I_r}=\frac{U}{U_r} \cdot \frac{f}{f_r}=\frac{220\ \text{V}}{0{,}001\ \text{V}} \cdot \frac{50\ \text{Hz}}{10^{6}\ \text{Hz}}=11.$$

Napon mreže je 220 000 puta veći od napona induciranog radio-valom, ali iz mreže izlazi struja samo 11 puta veća od struje radio-vala duljine 300 m. To je zbog različitog kapacitivnog otpora, koji je pri radio-valu 20 000 puta manji, tj. u odnosu frekvencija

$$\frac{f_r}{f} = \frac{10^6 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} = 20\,000.$$

To ipak ne znači da ćemo brujanje mreže čuti 11 puta jače od zvuka radio-vala.

Zadaci

1. Koliku induktivnu reaktanciju ima zavojnica s induktivitetom $L = 30$ mH (radni otpor zanemarujemo) pri frekvencijama $f = 10$, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6 i 10^7 Hz? (1,884 Ω, 18,84 Ω itd., pri $f = 10^7$ je $X_L = 1{,}884 \cdot 10^6$ Ω).

2. Koliku kapacitivnu reaktanciju ima kondenzator kapaciteta $C = 0{,}1$ μF pri $f = 10$, 10^2 i 10^6 Hz? ($X_c = 159\,150$ Ω; 15 915 Ω; 1,5915 Ω).

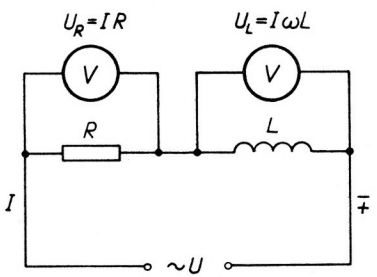
13. Izračunavanje složenih električnih krugova pri izmjeničnoj struji

a) Krug s omskim i induktivnim otporom

Pravila i formule

Serijski spoj

Pri serijskom spoju, otpornicima teče ista struja I. Ona na njima stvara pad napona U_R i U_L. Prema II Kirchhoffovom zakonu zbroj trenutnih vrijednosti napona na otpornicima jednak je trenutnoj vrijednosti napon izvora struja (sl. 13-1). Za maksimalne i efektivne vrijednosti to ne vrijedi. Maksimalne ili efektivne vrijednosti moramo zbrajati vektorski (geometrijski), tj. pomaknute za fazni pomak između napona U i struje I.



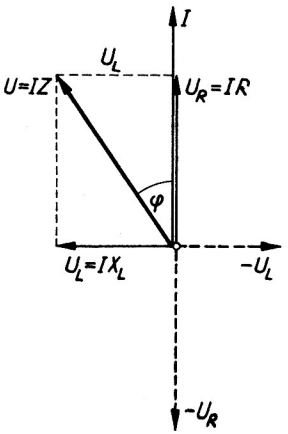
Slika 13-1

U vektorskom dijagramu (sl. 13-2) ucrtamo najprije struju I, koja je zajednička za otpornik. Struja će stvoriti na otporima padove napona $-U_R$ i $-U_L$, koje mora savladati napon stezaljki U. Taj U utvrđujemo vektorskim (geometrijskim) zbrajanjem padova napona na otpornicima. Između efektivne (ili maksimalne vrijednosti napona U i struje I postoji fazni pomak φ. Struja I kasni za naponom U, što uzrokuje induktivitet.

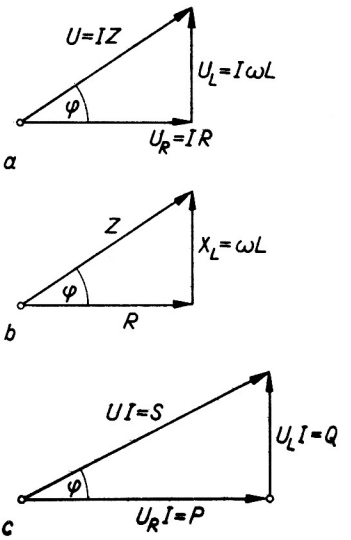
U pravokutnom *trokutu napona* (slike 13-3a) napon U je najdulja stranica, tj.

$$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2}$$

$$U=\sqrt{I^2\cdot R^2+I^2\cdot X^2}=I\sqrt{R^2+X^2}=I\cdot Z.$$



Slika 13-2



Slika 13-3

Ako podijelimo tu jednadžbu strujom I, dobit ćemo formulu za razultirajući otpor (impedanciju, prividni otpor)

$$Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(\omega\cdot L)^2}.$$

Trokut otpora prikazan je na slici 13-3b.

Struja u krugu je:

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega\cdot L)^2}}.$$

Fazni pomak φ dobit ćemo iz formule

$$\cos\varphi=\frac{I\cdot R}{U}=\frac{R}{Z}$$

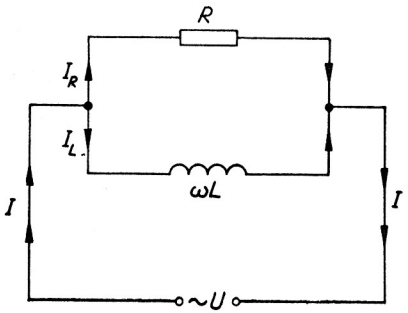
ili iz *trokuta snage* (sl. 13-3c) koji slijedi iz trokuta napona množenjem s I:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$$

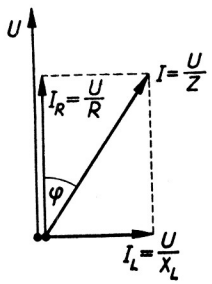
gdje je P djelatna snaga, S prividna snaga, a Q jalova snaga.

Paralelni spoj

Pri paralelnom spoju je napon izvora U zajednički za oba otpornika (sl. 13-4). U vektorskom dijagramu crtamo najprije vektor napona U, s kojim je u fazi struja I_R (sl. 13-5). U zavojnici s induktivnim otporom struja kasni za 90° (1/4 periode) za naponom zavojnice U. Struje u obje grane se vektorski (geometrijski) zbroje u rezultirajuću struju I, koja izlazi iz izvora i fazno kasni iza napona U za kut φ (sl. 13-5).



Slika 13-4



Slika 13-5

Prema Pitagorinom poučku dobit ćemo formulu za rezultirajuću struju ovako:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{\omega \cdot L}\right)^2} = U\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot L}\right)^2}$$

Izraz ispod korijena je rezultirajuća vodljivost kruga:

$$G = \frac{1}{Z} I = U \cdot G = \frac{U}{Z}.$$

Vježbe

1 Koliki je prividni otpor ako je omski otpor $R = 37\ \Omega$ serijski spojen sa zavojnicom induktiviteta $L = 0{,}5$ H pri frekvenciji 50 Hz?

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2} = \sqrt{37^2\ \Omega^2 + (2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}5\ \text{H})^2}$$

$$Z = \sqrt{26\,018\ \Omega^2} \approx 161{,}30\ \Omega.$$

2 Kolika će struja teći otporom pri istosmjernom naponu $U=220$ V, a kolika pri izmjeničnom naponu efektivne vrijednosti $U=220$ V i 50 Hz u krugu iz predašnjeg primjera?

Pri istosmjernom naponu zavojnica ima vrlo malen otpor, pa je jakost struje

$$I=\frac{U}{R}=\frac{220\ V}{37\ \Omega}=5{,}94\ \text{A}.$$

Pri izmjeničnom naponu treba uzeti u obzir i induktivni otpor zavojnice:

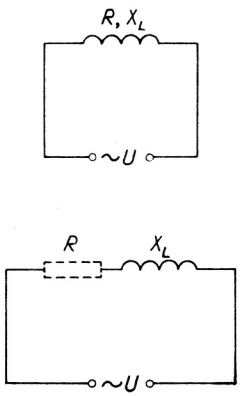
$$X=\omega \cdot L=2\pi \cdot f \cdot L=2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}5\ \text{H}=157\ \Omega$$

$$Z\approx 161{,}30\ \Omega$$

$$I=\frac{220\ \text{V}}{161{,}30\ \Omega}=1{,}36\ \text{A}.$$

3 Zavojnica ima omski otpor $R=100\ \Omega$ i induktivitet $L=2$ H. Koliki joj je induktivni i prividni otpor pri frekvenciji 50 Hz (sl. 13-6)?

Zavojnica s omskim otporom ponaša se tako kao da ima svoj omski i induktivni otpor serijski spojene prema slici 13-6. Zavojnicu tada nadomjestimo s dva serijski spojena otpora prema sl. 13-6.



Slika 13-6

$$X=\omega \cdot L=L \cdot 2\pi \cdot f=2\ \text{H} \cdot 314/\text{s}=628\ \Omega$$

$$Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(\omega \cdot L)^2}=\sqrt{100^2+628^2}\ \Omega$$

$$Z\approx 636\ \Omega.$$

Za istosmjerni napon zavojnica će imati samo omski otpor 100 Ω.

4 Zavojnica elektromagneta ima omski otpor $R=21\ \Omega$, a nakon priključenja na mrežni napon $U=220$ V ($f=50$ Hz) ampermetar će pokazati 2A. Koliki su prividni i induktivni otpor zavojnice? Koliki je induktivitet zavojnice? Koliki je fazni pomak φ i faktor snage zavojnice?

Prividni je otpor:

$$Z=\frac{U}{I}=\frac{220\ \text{V}}{2\ \text{A}}=110\ \Omega$$

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2};\qquad Z^2=R^2+X_L^2$$

$$X_L^2=Z^2-R^2=(110\ \Omega)^2-(21\ \Omega)^2=(12\,100-441)\ \Omega.$$

Induktivni otpor je:

$$X_L=\sqrt{11\,659\ \Omega^2}\approx 108\ \Omega.$$

Induktivitet zavojnice iznosi ($X_L=2\pi\cdot f\cdot L$)

$$L=\frac{X_L}{2\pi\cdot f}=\frac{108\ \Omega}{314/\text{s}}=0{,}344\ \Omega\ \text{s}=344\ \text{mH}.$$

Faktor snage $\cos\varphi$ prema trokutu otpora (sl. 13-3b) iznosi:

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{21\ \Omega}{110\,\Omega}\approx 0{,}191.$$

Prema tablicama goniometrijskih funkcija za $\cos\varphi=0{,}191$ kut pomaka φ između U i I (sl. 13-5) iznosi:

$$\varphi=79^\circ\,10'.$$

5 Zadatak ćemo riješiti grafički.

Prividni otpor zavojnice je:

$$Z=\frac{U}{I}=110\ \Omega.$$

Z je hipotenuza, a R je kateta pravokutnog trokuta kojem je druga kateta induktivni otpor $X_L=\omega\cdot L$. Prema sl. 13-3 nacrtat ćemo vodoravnu katetu AB, na koju nanesemo 21 mm pri odabranom mjerilu $1\ \text{mm}\triangleq 1\ \Omega$ ($1\ \text{cm}\triangleq 10\ \Omega$; simbol $\triangleq$ označuje: »odgovara«). U točki B (sl. 13-7) postavimo okomicu. Iz točke A kao središta opišemo luk s polumjerom $Z\triangleq 110$ mm (tj. $110\ \Omega$), tako da presiječe okomicu u točki C. Udaljenost BC izmjerimo ravnalom, a broj milimetara označuje broj Ω za induktivni otpor $X_L\triangleq BC$.

Induktivitet L moramo izračunati. Kut φ izmjerimo kutomjerom na sl. 13-7.

6 Odredite grafičkim postupkom prividni otpor zavojnice i kut faznog pomaka između struje i napona na stezaljkama zavojnice, ako je njen omski otpor $R=3\Omega$, a induktivni otpor $X=4\ \Omega$ (Sl. 13.-8).

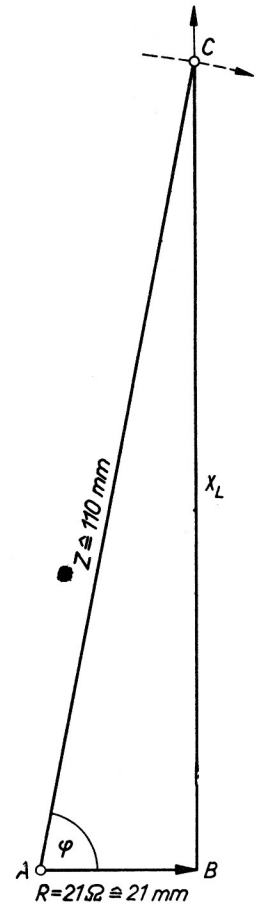
Mjerilo 1 $\Omega \triangleq 1$ cm.

Na vodoravnu katetu nanesemo dužinu za omski otpor 3 cm (3 Ω), a u točki B povući ćemo okomicu, na koju nanesemo dužinu 4 cm za induktivni otpor. Hipotenuzu AC odmjerimo; točno je 5 cm dugačka, što znači da je prividni otpor jednak 5 Ω:

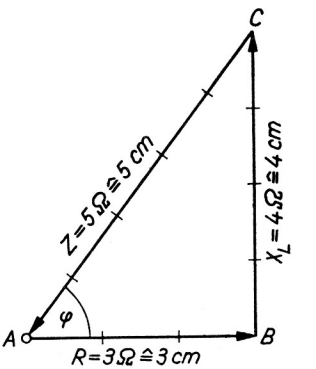
$$Z=5\ \Omega.$$

Kutomjerom možemo izmjeriti kut φ; odredimo ga, međutim, izračunavanjem:

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\omega \cdot L}{R}=\frac{4\ \Omega}{3\ \Omega}=1{,}333$$



Slika 13-7



Slika 13-8

a iz tablica trigonimetrijskih funkcija (za tg φ) slijedi vrijednost kuta:

$$\varphi=53°\ 10'.$$

Zadatak pri zadanim Pitagorinim brojevima 3, 4 i 5 lakše bismo riješili računanjem nego grafički ($3^2+4^2=5^2$). Grafičko rješavanje pogodno je tada, kad se dobije približni rezultat i kada računsko rješenje dugo traje, na primjer pri velikim i decimalnim brojevima.

7 Treba odrediti grafičkim načinom induktivni otpor zavojnice, koja priključena na mrežu $U=220$ V izmjenične struje (50 Hz) propušta struju $I=1{,}57$ A. Utvrdimo i koliki je fazni pomak φ. Pokus pokazuje: ako zavojnicu priključimo na istosmjerni napon $U_i=24$ V, ona propušta struju $I_i=0{,}6$ A.

Ukupni (prividni) otpor zavojnice iznosi:

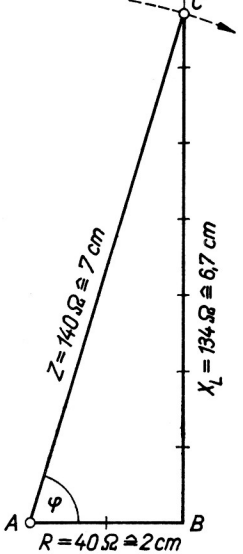
$$Z=\frac{U}{I}=\frac{220\text{ V}}{1{,}57\text{ A}}\approx 140\ \Omega.$$

Omski otpor zavojnice iznosi:

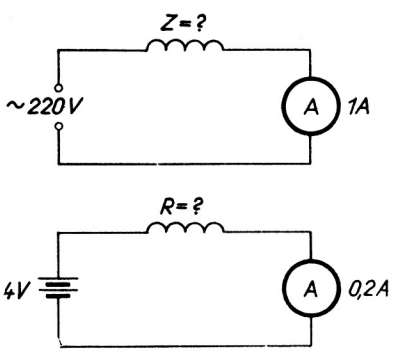
$$R=\frac{U_i}{I_i}=\frac{24\text{ V}}{0{,}6\text{ A}}=40\ \Omega.$$

Nacrtajmo trokut otpora u odgovarajućem mjerilu, gdje 1 cm odgovara 20 Ω (sl. 13-9).

Hipotenuza $Z=140\ \Omega$ bit će 7 cm, a kateta $R=40\ \Omega$ biti će 2 cm dugačka. Načinimo trokut otpora točno prema sl. 13-9. Na vodoravnu katetu 2 cm ($R=40\ \Omega$)



Slika 13-9



Slika 13-10

postavimo okomicu, a iz točke A polumjerom presijecimo lukom okomicu katete za otpor X_L u točki C. Izmjerimo dužinu okomice BC, ona je 6,7 cm dugačka, što odgovara otporu $X_L = 134\ \Omega$.

Kutomjerom se izmjeri kut $\varphi = 73°$.

8 Koliki su prividni, omski i induktivni otpor zavojnice koja nakon priključivanja na 220 V izmjenične mreže propušta struju $I = 1$ A, a nakon priključivanja na 4 voltni akumulator propušta istosmjernu struju $I_i = 0{,}2$ A (sl. 13-10)?

Prividni je otpor

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{1\ \text{A}} = 220\ \Omega.$$

Omski otpor

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4\ \text{V}}{0{,}2\ \text{A}} = 20\ \Omega.$$

Induktivni otpor

$$X_L^2 = Z^2 - R^2 = (220\ \Omega)^2 - (20\ \Omega)^2 = 48\,000\ \Omega^2$$

$$X_L \approx 219\ \Omega.$$

9 Zavojnica s omskim otporom $R = 20\ \Omega$ propušta izmjeničnu struju $I = 5$ A pri naponu mreže $U = 220$ V. Koliki je napon na omskom otporu?

Zavojnicu s omskim i induktivnim otporom možemo nadomjestiti spojem prema sl. 13-6, gdje je omski otpor zavojnice serijski spojen sa zavojnicom koja ima samo induktivni otpor.

Napon na omskom otporu R iznosi:

$$U_R = I \cdot R = 5\ \text{A} \cdot 20\ \Omega = 100\ \text{V}.$$

Napon na induktivnom otporu X slijedi iz

$$U_L^2 = U^2 - U_R^2 = (220\ \text{V})^2 - (100\ \text{V})^2 = 48\,400\ \text{V}^2 - 10\,000\ \text{V}^2$$

$$U_L = \sqrt{38\,400\ \text{V}^2} \approx 196\ \text{V}.$$

(Zbroj napona $U_R + U_L = 100\ \text{V} + 196\ \text{V} = 296$ V nije jednak naponu stezaljki $U = 220$ V. Sva tri napona čine geometrijski zbroj, tj. pravokutni trokut prema sl. 13-3)

Pri grafičkom rješavanju odaberemo mjerilo, na primjer

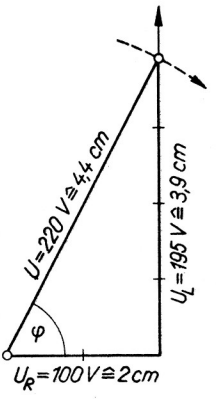
$$1\ \text{cm} \triangleq 50\ \text{V}.$$

Prema tome bit će 100 V $\triangleq$ 2 cm, a hipotenuza $U = 220$ V $\triangleq$ 4,4 cm $U_R \triangleq$ 2 cm bit će jedna kateta, a drugu ćemo dobiti slično kao pri rješenju na sl. 13-8. Hipotenuza $U \triangleq$ 4,4 cm presijeca okomicu u točki C, i to u udaljenosti 3,9 cm od točke B. Dužini 3,9 cm odgovara napon 195 V (sl. 13-11).

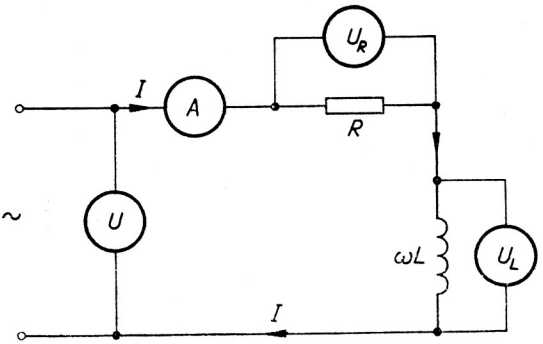
10 U električkom krugu izmjenične struje s naponom $U=220$ V (50 Hz) ampermetar pokazuje 0,5 A, voltmetar U_R napon 100 V na omskom otporu, a voltmetar U_L 196 V na induktivitetu. Treba izračunati vrijednost prividnog, omskog i induktivnog otpora, dalje induktivitet, faktor snage cos φ i kut φ radnu snagu, jalovu i prividnu (sl. 13-12).

Prividni otpor iznosi:

$$Z=\frac{U}{I}=\frac{220\text{ V}}{0{,}5\text{ A}}=440\ \Omega.$$



Slika 13-11



Slika 13-12

Omski otpor:

$$R=\frac{U_R}{I}=\frac{100\text{ V}}{0{,}5\text{ A}}=200\ \Omega.$$

Induktivni otpor:

$$X_L=\frac{U_L}{I}=\frac{196\text{ V}}{0{,}5\text{ A}}=392\ \Omega.$$

Induktivitet zavojnice iznosi:

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{X_L}{2\pi\cdot f}=\frac{392\,\Omega}{314/\text{s}}=1{,}25\text{ H}.$$

Faktor snage kruga je:

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{200\,\Omega}{440\,\Omega}=0{,}455.$$

Fazni pomak između struje I i napona U izvora je

$$\varphi \approx 63°.$$

Radna (djelatna) snaga kruga je snaga na omskom otporu

$$P = U_R \cdot I = 100\ \Omega \cdot 0{,}5\ \text{A} = 50\ \text{W}.$$

Jalova snaga (magnetiziranja) je snaga na induktivitetu:

$$Q = U_L \cdot I = 196\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 98\ \text{VA}.$$

Prividna snaga kruga je:

$$P_S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 110\ \text{VA}.$$

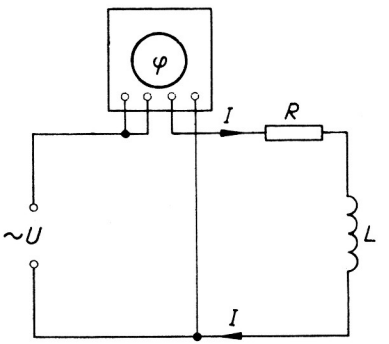
Kontrola ispravnosti računanja snaga (vidi trokut snaga sl. 13-3c).

$$P_S^2 = P^2 + Q^2; \quad \text{W} = \text{VA}^*$$

$$(110\ \text{VA})^2 = (50\ \text{W})^2 + (98\ \text{VA})^2$$

$$12\,100\ \text{W} \approx 2500\ \text{W} + 9604\ \text{W} = 12\,104\ \text{W}.$$

11 Fazometar pokazuje $\cos \varphi = 0{,}6$ u krugu izmjenične struje s omskim i induktivnim otporom, koji je priključen na mrežu $U = 220$ V. Izračunajmo koliki će biti padovi napona na omskom i induktivnom otporu (sl. 13-13).



Slika 13-13

Prema trokutu snaga (sl. 13-3c) vrijedi:

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U}.$$

* Vidi knjigu M. Brezinščak; Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti, Tehnička knjiga, Zagreb (primjedba prevodioca).

Pad napona na otporu iznosi:

$$U_R = U \cdot \cos \varphi = 220\ \text{V} \cdot 0{,}6 = 132\ \text{V}.$$

Pad napona na induktivitetu (trokut napona sl. 13-3a) slijedi iz

$$U_L^2 = U^2 - U_R^2 = (220\ \text{V})^2 - (132\ \text{V})^2 = 30\,976\ \text{V}^2)$$

$$U_L = 176\ \text{V}$$

ili prema trokutu napona (sl. 13-3a)

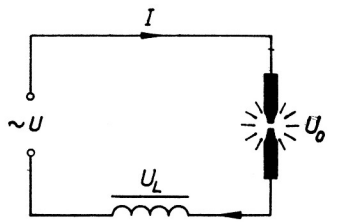
$$\sin \varphi = \frac{U_L}{U}.$$

Pad napona na induktivnom otporu iznosi:

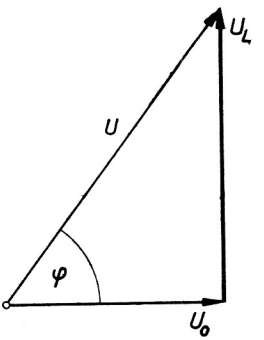
$$U_L = U \cdot \sin \varphi = 220\ \text{V} \cdot 0{,}798 = 175{,}5\ \text{V},$$

gdje ćemo sin φ naći u tablicama trigonometrijskih funkcija pri cos $\varphi = 0{,}6$.

12 Lučna ugljena svjetiljka zahtijeva za održavanje luka napon $U_o = 35$ V i struju $I = 4$ A. Mrežni napon 220 V pri 50 Hz treba sniziti prigušnicom s željeznom jezgrom. Treba izračunati napon samoindukcije i induktivitet prigušnice, cos φ spoja, snagu na prigušnici i snagu cijeloga kruga (sl. 13-14).



Slika 13-14



Slika 13-15

U pomoćnom trokutu napona na sl. 13-15 nije uzet u obzir omski otpor namota prigušnice (zavojnice).

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_R^2} = \sqrt{(220\ \text{V})^2 - (35\ \text{V})^2} = \sqrt{(48\,000 - 1225)\ \text{V}^2}$$

$$U_L = 217\ \text{V}.$$

Ako zanemarimo omski otpor zavojnice (prigušnice), napon samoindukcije zavojnice jednak je naponu stezaljki (U_L) zavojnice.

Induktivitet L zavojnice izračunat ćemo iz jednadžbe $U_L = I \cdot \omega \cdot L$

$$L = \frac{U_L}{I \cdot 2\pi \cdot f} = \frac{217\ \text{V}}{4\ \text{A} \cdot 314/\text{s}} = 0{,}172 \frac{\text{V}_A}{\text{A}} = 0{,}172\ \text{H}.$$

Faktor snage iznosi:

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{35\ \text{V}}{220\ \text{V}} = 0{,}159.$$

Na prigušnici je nagomilana samo magnetska (jalova) snaga. Magnetska energija se izmjenično mijenja u električku energiju. Jalova snaga jednaka je $Q = U_L \cdot I = 217\ \text{V} \cdot 4\ \text{A} = 868\ \text{VA} = 868\ \text{W}$.

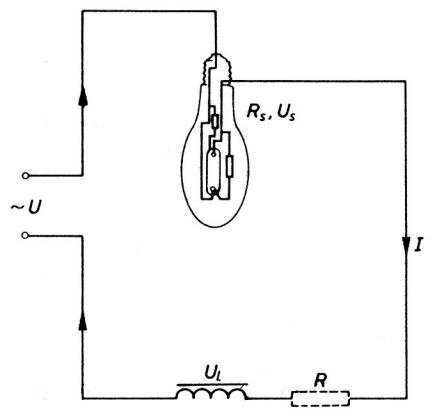
Radna snaga spoja iznosi:

$$P = U_R \cdot I = 35\ \text{V} \cdot 4\ \text{A} = 140\ \text{W}.$$

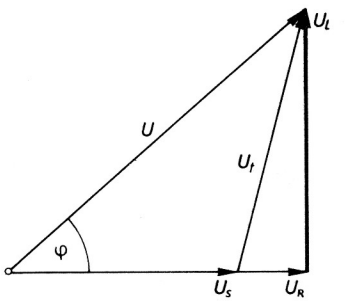
Prividna snaga iznosi:

$$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 4\ \text{A} = 880\ \text{VA} = 880\ \text{W}.$$

13 Živina sijalica s nominalnim podacima 220 V, 500 W i 4 A mora imati u pogonu serijski spojenu zavojnicu (prigušnicu). Treba odrediti napon sijalice, napon samoindukcije prigušnice, napon na stezaljkama prigušnice pri omskom otporu $R = 2\,\Omega$ namota prigušnice, induktivitet prigušnice, ukupnu snagu spoja (sl. 13-16), snagu prigušnice i $\cos\varphi$ spoja.



Slika 13-16



Slika 13-17

Snaga sijalice je 500 W. Napon na sijalici nije jednak naponu mreže 220 V već iznosi:

$$U_S = \frac{500\ \text{W}}{4\ \text{A}} = 125\ \text{V}.$$

Struja sijalice $I = 4\,\text{A}$ prolazi i žicom zavojnice otpora $R = 2\,\Omega$ i stvara pad napona

$$U_R = R \cdot I = 4\,\Omega \cdot 2\,\text{A} = 8\,\text{V}.$$

Padovi napona U_S i U_R su omski. Napon samoindukcije prigušnice U_L prema trokutu napona iznosi (sl. 13-17):

$$U_L = U^2 - (U_S + U_R)^2$$

$$U_L = \sqrt{U^2 - (U_S + U_R)^2} = \sqrt{(220\,\text{V})^2 - (133\,\text{V})^2} = \sqrt{30\,711\,\text{V}^2}$$

$$U_L \approx 175\,\text{V}.$$

Induktivitet prigušnice iznosi:

$$L = \frac{U_L}{2\pi \cdot f} = \frac{175\,\text{V}}{314/\text{s}} = 0{,}557\,\text{H}.$$

Napon na stezaljkama prigušnice (prigušnica snižava napon — sl. 13-17)

$$U_t^2 = U_R^2 + U_L^2$$

$$U_t^2 = (8\,\text{V})^2 + (175\,\text{V})^2 = 64\,\text{V}^2 + 30\,625\,\text{V}^2 = 30\,689\,\text{V}^2$$

$$U_t \approx 175\,\text{V}.$$

Napon U_t nije u fazi s naponom sijalice U_S, pa zato zbroj $(U_t + U_S) = 175\,\text{V} + 125\,\text{V} = 300\,\text{V}$ nije jednak naponu mreže (izvora) $U = 220\,\text{V}$.

Prividna snaga iznosi:

$$S = U \cdot I = 220\,\text{V} \cdot 4\,\text{A} = 880\,\text{VA} = 880\,\text{W},$$

radna snaga sijalice $P = 500\,\text{W}$,
radna snaga prigušnice $P_V = U_R \cdot I = 8\,\text{V} \cdot 4\,\text{A} = 32\,\text{W}$,
jalova snaga prigušnice je:

$$Q = U_L \cdot I = 175\,\text{V} \cdot 4\,\text{A} = 700\,\text{VA} = 700\,\text{W}.$$

Faktor snage spoja je:

$$\cos\varphi = \frac{U_S + U_r}{U} = \frac{125\,\text{V} + 8\,\text{V}}{220\,\text{V}} = \frac{133\,\text{V}}{220\,\text{V}} = 0{,}604.$$

Fazni pomak između napona mreže U i struje I je $\varphi \approx 53°$, tj. oko 1/7 periode.

14 Treba izračunati ukupni (prividni) otpor dvaju paralelnih grana, od kojih jedna ima omski otpor $R = 20\,\Omega$, a druga samo induktivni otpor $X_L = 50\,\Omega$. Kolika je struja u krugu i u granama pri naponu izvora $U = 220\,\text{V}$ (sl. 13-4 i 13-5)? Koliki je fazni pomak između napona U izvora i ukupne struje I?

Oba otpora imaju zajednički napon U.

Struja u omskoj grani je:

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{20\ \Omega} = 11\ \text{A}.$$

Struja u grani s induktivitetom iznosi:

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220\ \text{V}}{50\ \Omega} = 4{,}4\ \text{A}.$$

Ukupna struja nije jednaka algebarskom zbroju struja u granama ($I = I_R + I_L$), već vektorskom (geometrijskom) zbroju (sl. 13-5).

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 = (11\ \text{A})^2 + (4{,}4\ \text{A})^2$$

$$I^2 = (121 + 19{,}36)\ \text{A}^2 = 140{,}36\ \text{A}^2$$

$$I \approx 11{,}8\ \text{A}.$$

Ukupnu struju dobit ćemo također iz vrijednosti ukupnog otpora Z, kojeg ćemo izračunati iz sl. 13-5:

$$\frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{R^2} + \frac{U^2}{X_L^2}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}} = \sqrt{\frac{1}{400\ \Omega^2} + \frac{1}{2500\ \Omega^2}} = \sqrt{\frac{29}{10\,000\ \Omega^2}}$$

$$Z = \sqrt{\frac{10\,000\ \Omega^2}{29}} = \frac{100\ \Omega}{5{,}38} = 18{,}6\ \Omega.$$

Kontrola ukupne struje:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220\ \text{V}}{18{,}6\ \Omega} = 11{,}8\ \text{A}.$$

Faktor snage spoja iznosi:

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{U}{Z}} = \frac{Z}{R} = \frac{18{,}6\ \Omega}{20\ \Omega} = 0{,}93$$

$$(\varphi = 21^\circ\ 30').$$

Zadaci

1. Koliki mora biti napon, da zavojnicom djelatnog otpora $R=50\ \Omega$ i induktiviteta $L=2$ H prolazi struja $I=0{,}2$ A pri $f=50$ Hz ($X_L=628\ \Omega$; $Z=630\ \Omega$; $U=126$ V)?

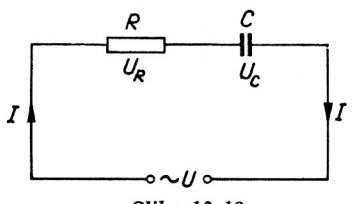
2. U krugu izmjenične struje radnog otpora $R=15\ \Omega$ ako prolazi struja $I=3$ A pri $U=220$ V. Kolika je induktivna reaktancija kruga ($X_L=71{,}7\ \Omega$)?

b) Krug s omskim i kapacitivnim otporom

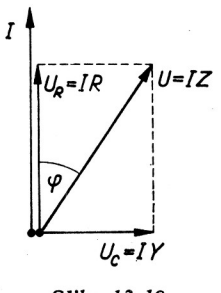
Pravila i formule

Serijski spoj

Spoj vidimo na sl. 13-18. Vektorski dijagram prikazan je na sl. 13-19 i njega započinjemo crtati od zajedničke struje I za oba serijski spojena otpora. Potrebna omska komponenta napona U_R je u fazi sa strujom I, a potrebna komponenta napona na kondenzatoru U_c zaostaje 90° iza struje I. Obje komponente daju ukupni vektor napona izvora U, koji zaostaje za strujom za kut φ. Odnosi su obrnuti od serijskog spoja omskog otpora i induktiviteta.



Slika 13-18



Slika 13-19

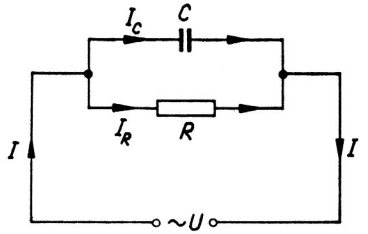
Na vektorskom dijagramu vidimo trokut napona iz kojega možemo izračunati ukupni (prividni) otpor Z i cos φ.

$$U^2=U_R^2+U_C^2;\quad I\cdot Z=I\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

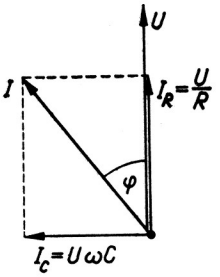
$$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};\quad \cos\varphi=\frac{R}{Z}.$$

Paralelni spoj

Za spoj prikazan slikom 13-20 vrijedi vektorski dijagram prikazan slikom 13-21. Paralelno spojeni otpori imaju zajednički napon izvora, koji najprije nacrtamo, struja I_R u grani s omskim otporom u fazi je s U, a kapacitivna struja I_C prethodit će za 90° (1/4 periode) naponu kondenzatora U.



Slika 13-20



Slika 13-21

Ukupna struja iz dijagrama na sl. 13-21 je:

$$I=\sqrt{I_R^2+I_C^2}=\sqrt{\frac{U^2}{R^2}+(U\omega C)^2}=U\sqrt{\frac{1}{R^2}+(\omega C)^2}$$

Vježbe

1 Kondenzator kapaciteta 4 μF serijski spojimo s otporom 500 Ω i priključimo na izmjenični napon 220 V, $f=50$ Hz prema slici 13-18. Koliki je prividni otpor spoja, kolika struja prolazi krugom i koliki je fazni pomak između struje I i napona U ?

$$Z^2=R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2=(500\ \Omega)^2+\left(\frac{1}{2\pi\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 4\cdot 10^{-6}\ \text{F}}\right)^2$$

$$Z^2=250\,000\ \Omega^2+\left(\frac{10^6\ \Omega}{314\cdot 4}\right)^2;\ Z\approx 940\ \Omega$$

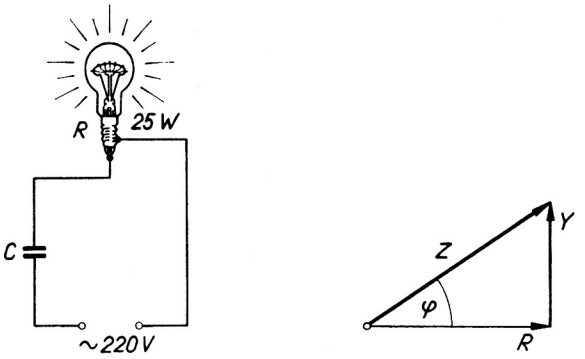
$$I=\frac{U}{Z}=\frac{220\ \text{V}}{940\ \Omega}=0{,}234\ \text{A}$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}\ \text{ili}\ \operatorname{tg}\varphi=\frac{U_C}{U_R}=\frac{\frac{1}{\omega C}}{I\cdot R}=\frac{1}{R\cdot\omega C}=\frac{1}{500\ \Omega\cdot 2\cdot\pi f\cdot 4\cdot 10^{-6}\ \text{F}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi=1{,}58\quad\text{za } f=50\ \text{Hz}$$

$$\varphi\approx -58°.$$

2 Žarulju za 24 V i 25 W želimo priključiti na rasvjetnu mrežu napona $U = 220$ V i $f = 50$ Hz. Koliki kondenzator moramo spojiti u seriju sa žaruljom i koiki napon kondenzator preuzima na sebe (sl. 13-22)?



Slika 13-22

Iz podataka žarulje izračunat ćemo njen omski otpor i struju:

$$I = \frac{P}{U_ž} = \frac{25\ \text{W}}{24\ \text{V}} = 1{,}04\ \text{A}$$

$$R = \frac{U_ž}{I} = \frac{24\ \text{V}}{1{,}04\ \text{A}} \approx 23\ \Omega.$$

Ukupni otpor kruga mora biti tako velik da krugom teče struja žarulje $I = 1{,}04$ A pri naponu mreže 220 V.

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{1{,}04\ \text{A}} = 211{,}5\ \Omega.$$

Potrebni kapacitivni otpor dobit ćemo iz trokuta otpora prikazanog na sl. 13-22, koji smo izveli iz dijagrama 13-19.

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(212\ \Omega)^2 - (23\Omega)^2} = \sqrt{44\,415\ \Omega^2} = 210\ \Omega.$$

Kapacitet ćemo dobiti iz jednadžbe $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X} = \frac{1}{314\,\text{s}^{-1} \cdot 210\,\Omega} = \frac{1}{65\,940/\text{F}} = 0{,}000\,015\ \text{F}$$

$$C = 15\ \mu\text{F}.$$

(Pri većem kapacitetu struja je veća. Pri manjem kapacitetu je kapacitivni otpor veći, a struja manja. Napon ovdje možemo sniziti neekonomično omskim otporom, a ekonomično pomoću zavojnice ili kondenzatora.)

3 Na trošilo s otporom $R=100\ \Omega$ paralelno je priključen kondenzator 10 μF. Treba odrediti struju trošila i kondenzatora, ukupnu struju, prividni otpor kruga i fazni pomak između ukupne struje I i napona mreže $U=220$ V pri $f=50$ Hz (sl. 13-20)!

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{100\ \Omega} = 2{,}2\ \text{A}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U \cdot \omega C = U \cdot 2\pi \cdot f \cdot C$$

$$I_C = 220\ \text{V} \cdot 314\frac{1}{\text{s}} \cdot 10 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 0{,}68\ \text{A}.$$

Ukupna struja prema trokutu struja u dijagramu 13-11 bit će:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{(2{,}2^2 + 0{,}68^2)\ \text{A}^2} = \sqrt{5{,}30\ \text{A}^2} = 2{,}30\ \text{A}.$$

Prema izvedenoj formuli

$$I = U\sqrt{1/R^2 + (\omega C)^2}$$

je recipročna vrijednost

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{1/R^2 + (\omega C)^2}}$$

prividni otpor kruga koji iznosi

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{2{,}30\ \text{A}} \approx 95{,}6\ \Omega.$$

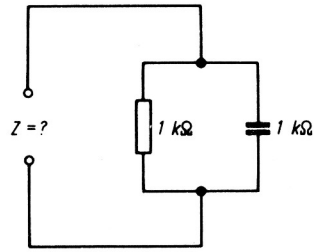
Fazni pomak između struje I i U izračunat ćemo prema vektorskom dijagramu na sl. 13-21 iz odnosa

$$\text{tg}\ \varphi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{0{,}68\ \text{A}}{2{,}2\ \text{A}} = 0{,}309$$

$$\varphi \approx 17°.$$

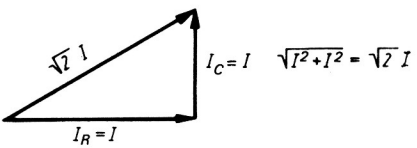
(Što je veći paralelno priključeni kondenzator, to više prethodi struja I ispred napona U. Odnosi su obrnuti pri paralelno priključenom induktivitetu.)

4 Koliki prividni otpor (impedanciju) predstavlja spoj na sl. 13-22a?



Slika 13-22a

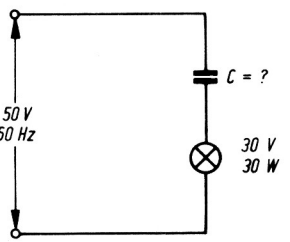
Budući da su paralelno spojeni jednaki otpori od 1 kΩ, kroz njih bi nakon priključivanja na izmjenični napon određene frekvencije tekle jednake struje. Vektorski zbroj tih struja daje ukupnu struju koja je $\sqrt{2}$ puta veća od



Slika 13-22b

pojedinačne struje, sl. 13-22b. Ako je ukupna struja toliko puta veća, onda je prividni otpor upravo toliko puta manji od pojedinačnog otpora u paralelnom spoju. Prema tome, prividni otpor spoja ima vrijednost od $1/\sqrt{2}\,\mathrm{k\Omega} \approx 0{,}7\,\mathrm{k\Omega}$.

5 Žarulju od 30 W, proizvedenu za priključak na napon od 30 V, treba priključiti na izmjenični napon od 50 V. Suvišni napon poništit će se kondenzatorom. Frekvencija izvora struje je 160 Hz ($\omega \approx 1000$). Koliku vrijednost treba imati kapacitet, sl. 13-22c.



Slika 13-22c

Na kapacitetu treba vladati napon od $\sqrt{50^2-30^2}=40\,\text{V}$. U krugu će protjecati struja koja mora teći kroz žarulju: $30\,\text{W}/30\,\text{V}=1\,\text{A}$. Prema tome, kapacitivni otpor će biti $40\,\text{V}/1\,\text{A}=40\,\Omega$. Iz toga izlazi da kapacitet mora imati vrijednost $C=1/1000\cdot 40=0{,}000\,025\,\text{F}=25\,\mu\text{F}$.

Zadaci

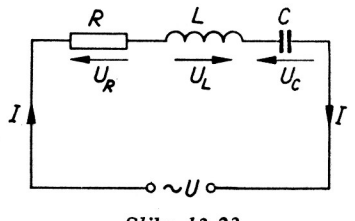
1. Koliki kondenzator moramo serijski priključiti na žarulju ($U_ž=120$ V i $P=10$ W), da bismo tu žarulju mogli spojiti na napon $U=220$ V pri $f=50$ Hz? Koliki će biti pad napona na kondenazatoru ($I=0{,}083$ A; $Z=2650\,\Omega$; $R_ž=1445\,\Omega$; $X_C=2222\,\Omega$; $C=1{,}43\,\mu$F; $U_C=184{,}4$ V)?

2. Krug s kapacitetom $C=8\,\mu$F koji je spojen u seriju s radnim otporom $R=50\,\Omega$ priključen je na napon $U=110$ V pri $f=50$ Hz. Kolika je struja i fazni pomak? ($I=0{,}274$ A; $\cos\varphi=0{,}124$)

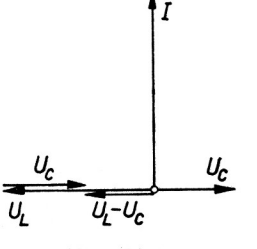
c) Krug s induktivnim i kapacitivnim otporom

Serijski spoj

1. Krug s induktivitetom $L=4$ H serijski spojenim s kapacitetom $C=8\,\mu$F priključen je na mrežu napona $U=220$ V pri frekvenciji $f=50$ Hz. Zavojnica na sl. 13-23 ima zanemarivo mali omski otpor. Treba odrediti prividni otpor, ukupnu struju i fazni pomak.



Slika 13-23



Slika 13-24

Ukupni otpor kruga izvest ćemo pomoću vektorskog dijagrama na sl. 13-24. Pri serijskom spoju otpora nacrtamo najprije zajedničku električku veličinu za sve otpore, tj. struju I. Komponenta iz mrežnog napona U, potrebna za pad napona U_L na zavojnici prethodi ispred struje I za 1/4 periode (za 90°). Komponenta iz U potrebna za pad napona U_C na kondenzatoru kasni za strujom I.

Ukupni napon (U_L-U_C) je pokriven naponom mreže U

$$U=U_L-U_C$$

$$I\cdot Z=I\cdot\omega L-I\,\frac{1}{\omega C}.$$

Ukupni prividni otpor, dakle, iznosi:

$$Z = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

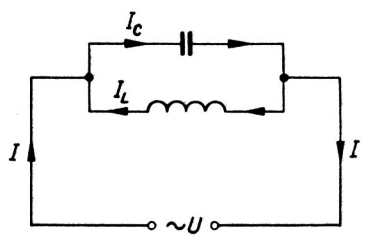
Ukupna struja $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{2\pi \cdot f \cdot L - \dfrac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}}$

$$I = \frac{220\ \text{V}}{\left(314{,}4 - \dfrac{10^6}{314 \cdot 8}\right)\Omega} = \frac{220\ \text{A}}{858} = 0{,}256\ \text{A}.$$

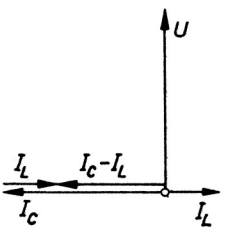
Fazni pomak je $\varphi = 90°$. Zbog toga je napon na zavojnici veći negoli na kondenzatoru (otpor ωL je veći od otpora $1/\omega C$), struja I kasni za 1/4 periode iza napona U izvora. Napon na zavojnici je veći od napona izvora ($U_L = I \cdot \omega \cdot L = 322$ V); snizuje ga napon na kondenzatoru ($U_C = I/\omega C = 102$ V) na vrijednost 220 V. Napon na zavojnici i napon na kondenzatoru djeluju nasuprotno.

Paralelni spoj

2. Kondenzator kapaciteta 8 μF i zavojnicu induktiviteta 4 H iz prethodnog primjera spojimo paralelno prema shemi na sl. 13-25. Kolika će struja prolaziti kondenzatorom i zavojnicom i kolika je ukupna struja? Koliki je ukupni otpor pri frekvenciji $f = 50$ Hz, ako je napon $U = 220$ V?



Slika 13-25



Slika 13-26

Vektorski dijagram (sl. 13-26) pokazuje da struje na otporima imaju obrnute smjerove, s obzirom na ukupnu struju koja je jednaka diferenciji struja kondenzatora i zavojnice

$$I = I_C = I_L.$$

Kondenzator i zavojnica imaju jednaki efektivni napon ali kroz njih teku različite struje:

$$I_C = U \cdot \omega \cdot C = 220\ \text{V} \cdot 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 8 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 0{,}552\ \text{A}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220\ \text{V}}{314 \cdot 4\ \Omega} = 0{,}175\ \text{A}$$

$$I = I_C - I_L = 0{,}552\ \text{A} - 0{,}175\ \text{A} = 0{,}377\ \text{A}.$$

Ukupni otpor iznosi:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0{,}377\ \text{A}} = 584\ \Omega.$$

Općenita formula za otpor glasi:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_C - I_L} = \frac{U}{U \cdot \omega \cdot C - \frac{U}{\omega L}} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} = \frac{\omega L}{\omega^2 L \cdot C - 1}.$$

Zadaci

1. Serijski krug prema sl. 13-23 ima ove podatke: $C = 10\ \mu\text{F}$, $L = 5\ \text{H}$; $U = 100\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$.

Kolika je struja ($I = 0{,}08\ \text{A}$)?

2. Paralelni krug prema sl. 13-25 ima ove podatke: $C = 4\ \text{F}$, $L = 4\ \text{H}$; $U = 110\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$. Koliki je ukupni otpor (impedancija) kruga? ($Z = 1089\ \Omega$).

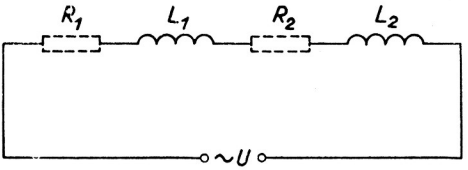
14. Rješavanje krugova s više elemenata (otpora) pri izmjeničnoj struji

Pravila i formule

Formule koristimo iz poglavlja 3, a pravila i upute rješavanja navedene su u vježbama.

Vježbe

1 Svaka od dviju serijski spojenih zavojnica ima omski i induktivni otpor. Prva ima $R_1=7\,\Omega$ i $L_1=20$ mH, a druga $R_2=3\,\Omega$ i $L_2=50$ mH. Koliki je ukupni otpor, kolika je ukupna struja, a koliki fazni pomak između struje i napona izvora $U=220$ V pri $f=50$ Hz? Koliki su padovi napona na zavojnicama?



Slika 14-1

Omski otpor R zavojnica u krugu uzimamo kao da je s induktivitetom L serijski spojen. Na sl. 14-1 otpori su označeni crtkano. U stvarnosti je to omski otpor žice zavojnica.

Ukupni otpor izvodimo iz vektorskog dijagrama napona zavojnica (sl. 14-2).

Na trokut napona prve zavojnice nadovežemo trokut druge zavojnice. Napon izvora U tvori hipotenuzu trokuta ABC. Kateta AB jednaka je zbroju napona na omskim otporima zavojnica, tj. $U_R=U_{R1}+U_{R2}$, dok je kateta BC jednaka zbroju napona na induktivitetu zavojnica, tj. $U_L=U_{L1}+U_{L2}$:

$$U^2=U_R^2+U_L^2=(U_{R1}+U_{R2})^2+(U_{L1}+U_{L2})^2$$

$$U=I\sqrt{(R_1+R_2)^2+(\omega L_1+\omega L_2)^2}.$$

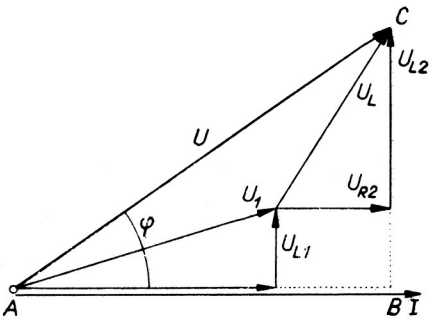
Impedancija kruga iznosi:

$$Z=\sqrt{(R_1+R_2)^2+(\omega L_1+\omega L_2)^2}.$$

Nakon uvrštenja dobivamo (mH = 0,001 H):

$$Z=\sqrt{(7\Omega+3\Omega)^2+(2\pi\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 0{,}02\ \text{H}+2\pi\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 0{,}05\ \text{H})^2}$$

$$Z=\sqrt{100\ \Omega^2+484\ \Omega^2}\approx 24{,}2\ \Omega.$$



Slika 14-2

Ukupna struja iznosi:

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{220\ \text{V}}{24{,}2\ \Omega}\approx 9{,}1\ \text{A}.$$

Padovi napona na zavojnicama prema dijagramu na sl. 14-2 su:

$$U_1=I\sqrt{R^2+(\omega L_1)^2}=9{,}1\ \text{A}\sqrt{49+39{,}43\ \Omega}=85{,}5\ \text{V}$$

$$U_2=I\sqrt{R_2^2+(\omega L_2)^2}=9{,}1\ \text{A}\sqrt{9+246{,}5\ \Omega}=145{,}6\ \text{V}.$$

Fazni pomak između U i I prema sl. 14-2 je:

$$\text{tg}\ \varphi=\frac{U_{L1}+U_{L2}}{U_{R1}+U_{R2}}=\frac{I(\omega L_1+\omega L_2)}{I(R_1+R_2)}=\frac{(L_1+L_2)\,\omega}{R_1+R_2}$$

$$\text{tg}\ \varphi=\frac{0{,}07\ \text{H}\cdot 314/\text{s}}{10\ \Omega}=2{,}198$$

$$\varphi=65^\circ\ 30'.$$

Ukupni omski otpor $R=R_1+R_2=10\ \Omega$. Ukupni induktivni otpor

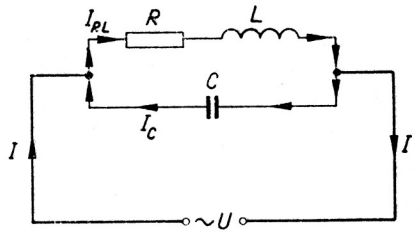
$$L=\omega L_1+\omega L_2=21{,}98\ \Omega.$$

Ukupni induktivitet obiju zavojnica jednak je zbroju induktiviteta pojedinih zavojnica:

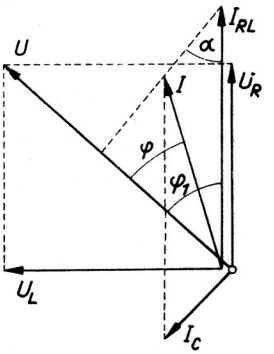
$$L = L_1 + L_2 = 0{,}07 \text{ H} = 70 \text{ mH}.$$

2 Omski otpor $R = 20\ \Omega$ je serijski spojen sa zavojnicom kojoj je induktivitet $L = 1$ H u jednoj grani, dok je u drugoj grani kondenzator s kapacitetom $C = 4\ \mu\text{F}$. Grane su spojene prema sl. 14-3 na mrežu napona $U = 220$ V (50 Hz).

Treba konstruirati vektorski dijagram, izračunati otpore grana, ukupni otpor kruga, struje u granama, ukupnu struju i na kraju fazni pomak između ukupne struje I i napona mreže U!



Slika 14-3



Slika 14-4

U vektorskom dijagramu najprije nacrtamo struju I_{RL}, koja prolazi gornjom granom (sl. 14-4). U fazi sa strujom I_{RL} je napon U_R otpora R, a komponenta U_L mrežnog napona U potrebna za svladavanje napona samoindukcije zavojnice za 90° će prethoditi. Sastavljanjem komponenata U_R i U_L dobit ćemo napon izvora U, koji djeluje i na kondenzator. Kapacitivna struja kondenzatora I_C prethodi ispred napona U za 90°, a sa strujom zavojnice I_{RL} daje ukupnu struju I kruga.

Omski otpor R može biti i omski otpor zavojnice. Otpor i struja su u gornjoj grani:

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{20^2\ \Omega^2 + (2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 1\ \text{H})^2} =$$

$$= \sqrt{400 + 98\,596\ \Omega} \qquad Z_{RL} = 315\ \Omega.$$

$$I_{RL} = \frac{U}{Z_{RL}} = \frac{220\ \text{V}}{315\ \Omega} = 0{,}699\ \text{A} \approx 0{,}7\ \text{A}.$$

Jalovi (kapacitivni) otpor kondenzatora iznosi:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 4\ \text{H}} = 796\ \Omega.$$

Struja u drugoj grani je:

$$I_C = \frac{220\ \text{V}}{796\ \Omega} = 0{,}276\ \text{A}.$$

Ukupna struja stvara dijagonalu paralelograma, a izračunat ćemo je prema kosinusovu poučku:

$$I = \sqrt{I_{RL}^2 + I_C^2 - 2\, I_{RL} \cdot I_C \cos \alpha}.$$

Kut $\alpha = 90° - \varphi_1$ gdje je φ_1 fazni pomak između U i struje I_{RL} u zavojnici

$$\cos \varphi_1 = \frac{R}{Z_{RL}} = \frac{20\ \Omega}{315\ \Omega} = 0{,}0635$$

$$\varphi_1 = 86° 20'; \quad \alpha = 3° 40'.$$

$$I = \sqrt{(0{,}7\ \text{A})^2 + (0{,}276\ \text{A})^2 - 2 \cdot 0{,}7\ \text{A} \cdot 0{,}276\ \text{A} \cdot \cos 3° 40'}$$

$$I = \sqrt{0{,}49 + 0{,}076176 - 0{,}386 \cdot 0{,}997\ \text{A}} = \sqrt{0{,}1814}\ \text{A} = 0{,}425\ \text{A}.$$

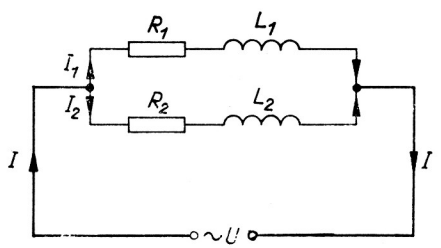
Fazni pomak između napona stezaljki U i ukupne struje I prema sl. 14-4 je:

$$I_{RL} \cdot \cos \varphi_1 = I \cdot \cos \varphi$$

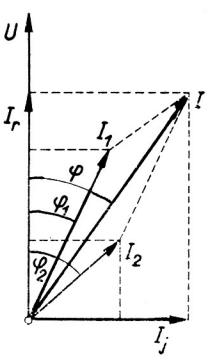
$$\cos \varphi = \frac{I_{RL}}{I} \cos \varphi_1 = \frac{0{,}7\ \text{A}}{0{,}425\ \text{A}} \cdot 0{,}0635 = 0{,}1041$$

$$\varphi = 82°.$$

3 Pri serijsko-paralelnom spoju je serijski spoj omskog otpora R_1 i induktivnog otpora zavojnice L_1 paralelno vezan s analognim spojem R_2 i L_2 (sl. 14-5). Vrijednosti omskih otpora su $R_1 = 5\ \Omega$ i $R_2 = 7\ \Omega$, a vrijednosti induktiviteta zavojnica $L_1 = 0{,}01$ H i $L_2 = 0{,}2$ H. Treba nacrtati vektorski dijagram i izračunati prividne otpore grana, struje u granama, cos φ_1 i cos φ_2 grana, ukupnu struju I, radnu i jalovu komponentu ukupne struje te na kraju cos φ sklopa!



Slika 14-5



Slika 14-6

Napon stezaljki iznosi $U=24$ V pri frekvenciji $f=50$ Hz. Za zavojnice L_1 i L_2 pretpostavljamo da su bez omskog otpora ili: omski otpori R_1 i R_2 mogu istodobno obuhvaćati otpore zavojnica.

Vektorski dijagram pri paralelnom spoju započinjemo crtati naponom stezaljki U, koji je zajednički za obje grane (sl. 14-6). U prvoj grani je manji omski otpor i manji induktivitet negoli u drugoj grani, zato je struja I_1 u prvoj grani veća i s manjim faznim pomakom φ_1 negoli pri struji I_2 u drugoj grani. Ukupnu ćemo struju I dobiti vektorskim zbrajanjem I_1 i I_2. Ukupna struja I ima prema naponu U fazni pomak φ.

Prividni otpor (impedancija) prve grane ili zavojnice je:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{(5\Omega)^2 + (2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}01)^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{25\ \Omega^2 + 9{,}85\ \Omega^2} = \sqrt{34{,}85\ \Omega^2} \approx 5{,}9\ \Omega.$$

Prividni otpor druge grane (zavojnice) iznosi:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2} = \sqrt{(7\ \Omega)^2 + (2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}2)^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{3992{,}84\ \Omega^2} \approx 63{,}1\ \Omega.$$

Struje u granama su:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{24\ \text{V}}{5{,}9\ \Omega} = 4{,}07\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{24\ \text{V}}{63{,}1\ \Omega} = 0{,}38\ \text{A}.$$

Fazni pomaci u granama iznose:

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{5\ \Omega}{5{,}9\ \Omega} = 0{,}848$$

$$\varphi_1 = 32^\circ.$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{7\ \Omega}{63{,}1\ \Omega} = 0{,}11$$

$$\varphi_2 = 83^\circ\ 36'.$$

Ukupna struja I spoja prema vektorskom dijagramu na sl. 14-6, dobiva se primjenom kosinusova poučka i bit će:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2\ I_1 \cdot I_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I^2 = (4{,}07\ \text{A})^2 + (0{,}38\ \text{A})^2 - 2 \cdot 4{,}07\ \text{A} \cdot 0{,}38\ \text{A} \cdot 0{,}6211 = 17{,}01\ \text{A}^2$$

$$I = 4{,}2\ \text{A}.$$

Ukupnu struju možemo izračunati prema Ohmovom zakonu $I = U/Z = U \cdot Y$, gdje je ukupna vodljivost

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}.$$

Radna komponenta I_r ukupne struje I, prema sl. 14-6, sastoji se od komponenata pojedinih struja I_1 i I_2.

$$I_r = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2$$

$$I_r = 4{,}07\ \text{A} \cdot 0{,}848 + 0{,}38\ \text{A} \cdot 0{,}11 \approx 3{,}5\ \text{A}.$$

Jalova (induktivna) komponenta ukupne struje prema dijagramu na sl. 14-6 je:

$$I_j = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2$$

$$I_j = 4{,}07\ \text{A} \cdot 0{,}529 + 0{,}38\ \text{A} \cdot 0{,}9938 \approx 2{,}53\ \text{A}.$$

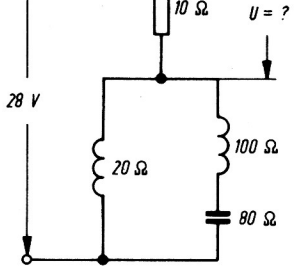
Kontrola: $I = \sqrt{I_r^2 + I_j^2} = \sqrt{12{,}15\ \text{A}^2 + 6{,}3\ \text{A}^2} = 4{,}2\ \text{A}$.

Faktor snage spoja prema dijagramu na sl. 14-6 je:

$$\cos \varphi = \frac{I_r}{I} = \frac{3{,}5\ \text{A}}{4{,}5\ \text{A}} = 0{,}83$$

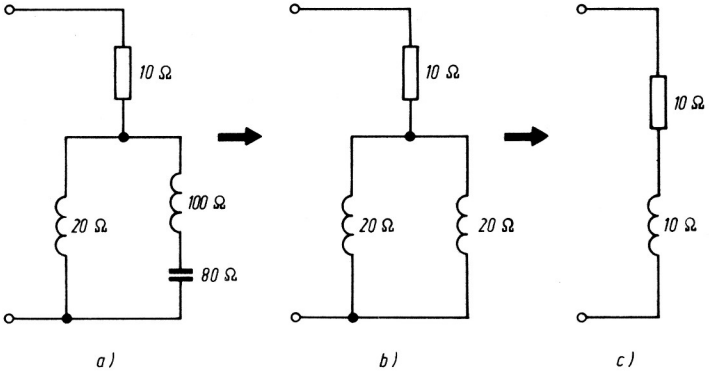
$$\varphi = 34^\circ 6'.$$

4 Koliki napon vlada na radnom otporu u shemi na slici 14-7?



Slika 14-7

Induktivni otpor od 100 Ω i kapacitivni otpor od 80 Ω čine zajedno otpor od $100 - 80 = 20\ \Omega$ induktivnih, sl. 14-8b.

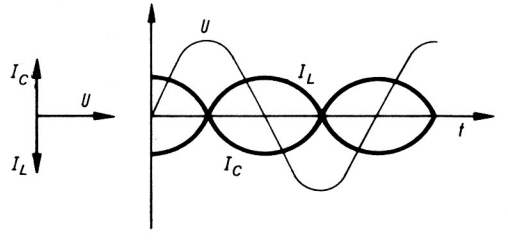


Slika 14-8

Dobili smo dva jednaka, paralelno spojena induktivna otpora, a to je jedan induktivni otpor od $20/2 = 10\,\Omega$, sl. 14-8c. Taj induktivni otpor i radni otpor od $10\,\Omega$ daju prividni otpor od $\sqrt{10^2+10^2}$ = vrlo približno $14\,\Omega$. Kroz taj prividni otpor, uz napon od 28 V, teče struja od $28/14 = 2$ A. Prema tome, na radnom otporu vlada napon od

$$U = I \cdot R = 2 \cdot 10 = 20\,\text{V}.$$

5 Induktivna struja zaostaje za naponom, a kapacitivna mu prethodi. U vezi s tom pojavom može se od početnika čuti katkada ovakva primjedba: budući da je struja posljedica napona, razumljivo je da ona zaostaje za njim jer treba najprije da postoji napon, a onda tek može nastati struja. No kako struja može prethoditi naponu?

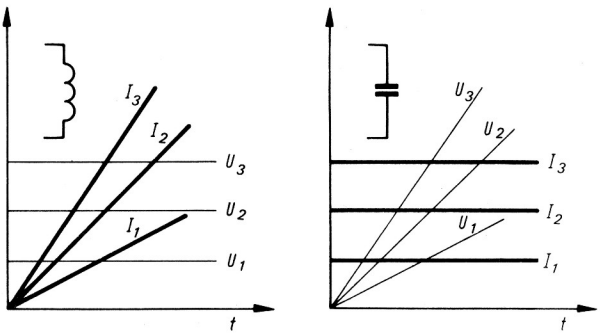


Slika 14-9

Početnik se najprije upoznaje s radnim otporima, a kod njih su napon i struja u fazi, tj. struja postiže amplitudu istog trenutka kad i napon. Kod

induktivnog i kapacitivnog otpora amplituda struje nastaje u trenutku najveće brzine promjene napona, sl. 14-9. Kad se, dakle, kaže da *struja prethodi naponu*, to znači da *struja postiže amplitudu prije nego napon.*

Bit faznog pomaka jest činjenica da je kod induktiviteta napon *razmjeran brzini promjene struje*, a kod kapaciteta struja je *razmjerna brzini promjene napona*, sl. 14-10. I u jednom i u drugom slučaju, čim se pojavi napon, istog trena se pojavi i struja. Pojavljivanje struje ne može ni zakašnjavati za naponom niti mu prethoditi. Kad je to kapacitet, čim napon počne rasti od vrijednosti nula, pojavljuje se struja. Razlika je samo u veličini. Tek što se napon pomakao s vrijednosti nula, struja već ima punu vrijednost. Obrnuto je kod induktiviteta; napon odmah ima punu vrijednost, a struja istodobno počinje rasti od vrijednosti nula.



Slika 14-10

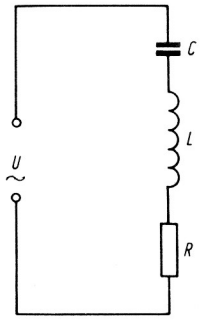
Rezimirajmo: Ne postoji prethođenje, odnosno zaostajanje struje nakon ukapčanja. Pojam prethođenja ili zaostajanja u vezi je samo sa sinusoidnim promjenama napona i struje, i odnosi se na prethođenje ili zaostajanje amplitude, koju u jednom slučaju struja postiže prije nego napon, a u drugome je obratno. To su samo *fazni odnosi*, *fazno prethođenje ili zaostajanje.*

6 Kondenzator s kapacitetom $C=32\,\mu\text{F}$ i zavojnica s induktivnosti $L=0{,}2\,\text{H}$ i otporom $R=20\,\Omega$ spojeni su serijski i na izmjenični napon $U=220\,\text{V}$, $f=50\,\text{Hz}$. Izračunajte: a) prividni otpor kruga; b) prividni otpor zavojnice; c) struju u krugu; d) napon na kondenzatoru i na zavojnici. Spoj prikazuje sl. 14-11.

a) Najprije izračunamo induktivni i kapacitivni otpor:

$$X_L=2\pi fL=2\pi\cdot 5\cdot 10^{1}\cdot 2\cdot 10^{-1}=62{,}8\,\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\cdot 5\cdot 10^{1}\cdot 3{,}2\cdot 10^{-5}}=\frac{1}{10^{-2}}=100\,\Omega.$$



Slika 14-11

Iz formule za prividni otpor

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L+X_C)^2},$$

nakon uvrštenja vrijednosti dobijemo:

$$Z=\sqrt{20^2+(62{,}8-100)^2}=$$

$$=\sqrt{400+(-37{,}2)^2}=\sqrt{1784}=42{,}2\,\Omega.$$

b) Prividni otpor zavojnice je

$$Z_L=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{20^2+62{,}8^2}=\sqrt{4344}=65{,}9\,\Omega.$$

c) Struja u krugu iznosi

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{220}{42{,}2}=5{,}21\text{ A}.$$

d) Naponi na kondenzatoru, odnosno zavojnici iznose:

$$U_C=X_C I=100\cdot 5{,}21=521\text{ V},$$

$$U_L=Z_L I=65{,}9\cdot 5{,}21=343{,}3\text{ V}.$$

Zadaci

1. Krug prema sl. 14-3 ima ove podatke: $R=2\,\Omega$, $L=20\,\mu\text{H}$, $C=300\text{ pF}$; $U=100$ V, $f=1{,}5\cdot 10^6$ Hz. Kolika je ukupna struja I? ($I=0{,}25$ A)

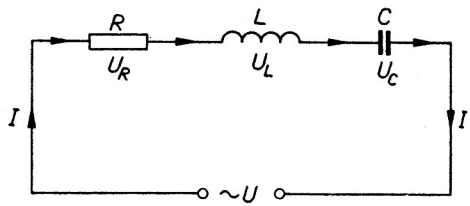
2. Razgranati krug prema sl. 14-5 ima ove podatke električnih veličina: $R_1=15\,\Omega$; $R_2=5\,\Omega$; $L_1=0{,}004$ H i $L_2=0{,}006$ H; $U=100$ V, $f=50$ Hz. Kolika je ukupna struja i faktor snage? ($I=9{,}57$ A; $\cos\varphi=0{,}83$).

15. Izračunavanje rezonantnih krugova

a) Naponska rezonancija (pri serijskom spoju)

Pravila i formule

Zamislimo strujni krug u kojem su serijski spojene (sl. 15-1) tri vrste otpora: omski, induktivni i kapacitivni. Sva tri otpora imaju zajedničku struju I, koja na otporima stvara padove napona U_R, U_L i U_C. Na vektorskom je dijagramu toga kruga (sl. 15-2) komponenta $U_R = I \cdot R$ napona izvora struje U u fazi sa strujom I. Napon na zavojnici U_L i kondenzatoru U_C djeluju u svakom trenutku protivno jedan drugome a u dijagramu se jednostavno mogu očitati. Razlika tih napona $U_L - U_C$ i napon na omskom otporu U_R se sastavljaju u ukupni napon izvora struje U, koji prethodi ispred struje I, ako u krugu prevladava induktivni otpor ωL nad kapacitivnim otporom $1/\omega C$.



Slika 15-1

Napon izvora prema Pitagorinom poučku (sl. 15-2) iznosi:

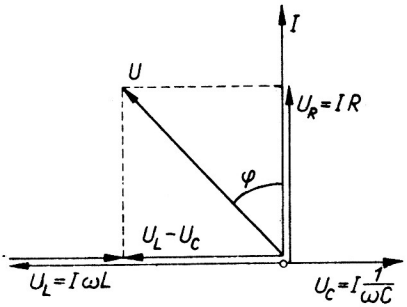
$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$I^2 Z^2 = I^2 R^2 + I^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2$$

$$Z^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 .$$

Ukupni otpor (impedancija) kruga sa serijski spojenim omskim, induktivnim i kapacitivnim otporom je:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

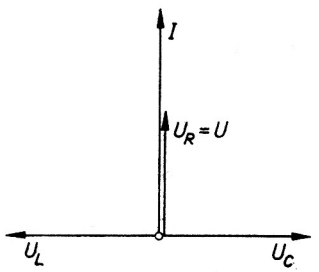


Slika 15-2

Ukupna struja u krugu je:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Ako u krugu promijenimo induktivni ili kapacitivni otpor tako da su im reaktancije jednake, bit će također padovi napona na zavojnici i kondenzatoru jednaki (sl. 15-3). U tome slučaju nastupa rezonancija kruga (naponska rezonancija), tj. naponi U_L i U_C se poništavaju, cijeli napon stezaljki U se troši na omskom otporu i struja I će biti maksimalna, $I = U/R$.



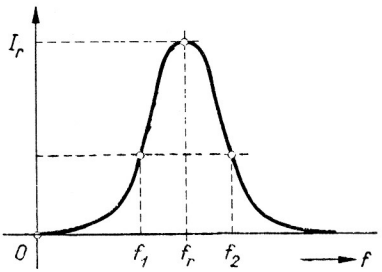
Slika 15-3

U serijskom rezonantnom krugu možemo postići jednake napone U_L i U_C ili otpore ωL i $1/\omega C$, i to bilo promjenom induktiviteta ili kapaciteta, bilo pripadne frekvencije f izvora U. Pri jednakim otporima X_L i X_C vrijedi:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \quad 2\pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

$$f = f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Pri toj frekvenciji, tzv. *rezonantnoj frekvenciji* f_r, postigne se jednakost napona U_L i U_C (jednakost otpora ωL i $1/\omega C$), tj. rezonancija, kada krugom prolazi najjača struja I_r (sl. 15-4).



Slika 15-4

Za druge frekvencije f struje nego što je rezonantna frekvencija f_r, u krugu je veći otpor a manja struja. U dijagramu na sl. 15-4 vidimo da je za nižu frekvenciju (f_1) od rezonantne frekvencije f_r induktivni otpor manji od kapacitivnog otpora, a za višu frekvenciju f_2 od rezonantne frekvencije f_r je obrnuto, induktivni otpor veći od kapacitivnog.

Svaki električki krug, sastavljen od serijskog spoja omskog, induktivnog i kapacitivnog otpora, ima svoju vlastitu frekvenciju $\left(f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right)$. Ako je frekvencija izvora struje na koji je priključen krug jednaka vlastitoj frekvenciji kruga, dolazi do naponske (serijske) rezonancije, pri kojoj je u krugu najjača (rezonantna) struja $I_r = U/R$.

Vježbe

1 Serijski krug sadržava omski otpor $R = 5\Omega$, zavojnicu induktiviteta $L = 1$ H, kondenzator kapaciteta $C = 4$ μF i izvor izmjeničnog napona $U = 50$ V ($f = 50$ Hz). Treba izračunati ukupni otpor, struju u krugu i padove napona na pojedinim otporima (sl. 15-1)!

Ukupni (impedancijski) otpor kruga je:

$$Z^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = 25\ \Omega^2 + \left(2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 1\ \text{H} - \frac{10^6}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 4\ \text{F}}\right)$$

$$Z = \sqrt{25\ \Omega^2 + (-482{,}1)^2\ \Omega^2} = 482\ \Omega.$$

Ukupna struja:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50\ \text{V}}{482\ \Omega} = 0{,}103\ \text{A}.$$

Pad napona na omskom otporu iznosi:

$$U_R = I \cdot R = 0{,}103\ \text{A} \cdot 5\Omega = 0{,}515\ \text{V}.$$

Pad napona na zavojnici, kojoj omski otpor zanemarujemo i ne uzimamo ga u obzir je:

$$U_L = I \cdot \omega \cdot L = I \cdot 2\pi \cdot f \cdot L = 0{,}103\ \text{A} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 150\ \text{Hz} \cdot 1\ \text{H}$$

$$U_L = 0{,}103 \cdot 314\ \text{V} = 32{,}34\ \text{V}.$$

Pad napona na kondenzatoru je:

$$U_C = I \frac{1}{\omega C} = \frac{0{,}103\ \text{A} \cdot 10^6}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 4\ \text{H}} = 82\ \text{V}.$$

Na stezaljkama kondenzatora stvara se prolazom struje veći napon od napona izvora. Napon na zavojnici smanjuje napon na kondenzatoru. Razlika napona $U_L - U_C$ geometrijski sastavljena s padom napona na omskom otporu U_R daje napon izvora U (sl. 15-4).

2 Kada će doći u spoju (primjer 1) do serijske rezonancije, tj. kada će krugom prolaziti najjača struja (sl. 15-1, 15-2 i 15-4)?

a) Rezonancija u krugu prikazanom na sl. 15-1 bit će tada, kad padovi napona na zavojnici i kondenzatoru budu jednaki, odnosno kada induktivni otpor bude jednak kapacitivnom otporu.

$$U_L = U_C, \quad I \cdot \omega \cdot L = I \frac{1}{\omega C}, \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

U primjeru 1 induktivni je otpor jednak $\omega L = 314\ \Omega$, a kapacitivni otpor $1/\omega C = 796\ \Omega$. Jednakost ćemo otpora postići osim promjenom frekvencije, također i promjenom induktiviteta ili kapaciteta. U našem slučaju ili ćemo povisiti induktivitet, ili povećati kapacitet, tj. smanjiti kapacitivni otpor.

Induktivitet L treba, na primjer povisiti n-puta, kako bi se induktivni otpor povisio na vrijednost kapacitivnog otpora 796 Ω.

$$\omega \cdot n \cdot L = n \cdot 314\ \Omega = 796\ \Omega$$

$$n = \frac{796\ \Omega}{314\ \Omega} = 2{,}53.$$

Ako u krug uključimo zavojnicu induktiviteta 2,53 H pri frekvenciji 50 Hz stvorit će se rezonancija. Sada će impedancija biti jednaka samo omskom otporu.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + 0^2} = \sqrt{R^2} = R.$$

Pri tom će struja biti najveća (rezonantna struja):

$$I_r = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = \frac{50\ \text{V}}{5\ \Omega} = 10\ \text{A}.$$

b) Rezonanciju serijskog kruga postići ćemo također i promjenom frekvencije (sl. 15-4). Jednakost otpora dobit ćemo pri konstantnom induktivitetu L i kapacitetu C promjenom frekvencije na vrijednost $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$ koja proizlazi iz jednakosti otpora $\omega L = 1/\omega C$ (HF = s²)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{1\text{H} \cdot 10^{-6}\text{ F}}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 0{,}002\text{ s}}$$

$$f_r = 79{,}6\text{ s} \approx 80\text{ Hz}.$$

Pri frekvenciji 80 Hz bit će otpori a time i padovi napona na zavojnici i kapacitetu jednaki, međusobno se poništavaju, a u krugu računamo samo s omskim otporom R. Pri frekvenciji 80 Hz stvorit će se u krugu serijska rezonancija, a struja će biti najveća ($I = U/R = 10$ A), sl. 15-4.

3 Koliki je fazni pomak φ i faktor snage serijskog kruga u primjeru 1? Koliki kapacitet mora imati kondenzator u krugu iz primjera 1, da ne bi bilo nikakvog faznog pomaka, tj. da nastane rezonancija (sl. 15-1 do 15-4)?

Faktor snage kruga je:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{5\ \Omega}{503\ \Omega} \approx 0{,}009$$

$$\varphi = 89°\ 30'.$$

Da bismo odstranili fazni pomak φ, moramo odstraniti uzrok pomaka, tj. utjecaj induktiviteta. Induktivni otpor ωL poništimo jednako velikim kapacitivnim otporom $1/\omega C$ (sl. 15-2 i 15-3). Napon stezaljki izvora bit će jednak padu napona na omskom otporu ($U = U_R = I \cdot R$), jer će padovi napona na zavojnici i kondenzatoru djelovati jedan protiv drugoga i međusobno se poništavati

$$U_L - U_C = 0, \quad U_L = U_C, \quad I \cdot \omega \cdot L = I\frac{1}{\omega C}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Pri nepromijenjenoj frekvenciji struje i induktiviteta novi kapacitet će biti:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{\left(314 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 1\,\text{H}} = \frac{1}{98\,596\ \text{H/s}^2} = 0{,}000\,010\,15\ \text{F}$$

$$C = 10{,}15 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \approx 10\ \mu\text{F}.$$

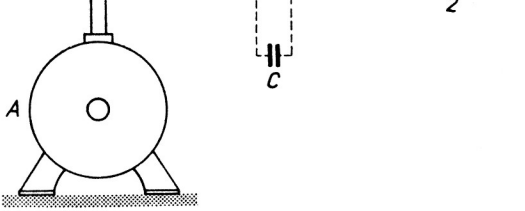
Ako uključimo u serijski krug umjesto 4 μF kondenzator od 10 μF, promjenljivi naponi U_L i U_C će se stalno poništavati, a krug će se ponašati tako kao da je u njemu samo omski otpor R. U krugu će nastati rezonancija, tj. krugom će teći najjača struja $I_r = 10$ A, bez faznog pomaka φ.

Treba dodati, da je na omskom otporu pri rezonanciji maksimalni pad napona $U_R = I \cdot R = 10 \cdot 5 = 50$ V. Isto tako su maksimalni padovi napona na zavojnici $U_L = I \cdot \omega \cdot L = 10\,\text{A} \cdot 314\ \Omega = 3140$ V i na kodenzatoru

$$U_C = I \frac{1}{\omega C} = 10\,\text{A} \cdot \frac{1 \cdot 10^6\ \Omega}{314 \cdot 10} \approx 3140\ \text{V}.$$

Ne smije nas čuditi što je napon na zavojnici, odnosno na kondenzatoru mnogo veći od napona stezaljki izvora struje $U = 50$ V. Naponi na zavojnici i na kondenzatoru djeluju međusobno jedan protiv drugog i nemaju pri rezonanciji nikakav utjecaj na napon stezaljki $U = 50$ V.

4 Generator frekvencije $f = 50$ Hz i napona stezaljki $U = 6000$ V napaja neopterećeni kabel kapaciteta $C = 4$ μF. Cijeli induktivitet stroja i kabela je $L = 0{,}2$ H, a omski otpor kabela $R = 6\ \Omega$. Treba izračunati struju nabijanja kabela, rezonantnu frekvenciju f_r, rezonantnu struju i napon na induktivitetu i kapacitetu pri rezonanciji.

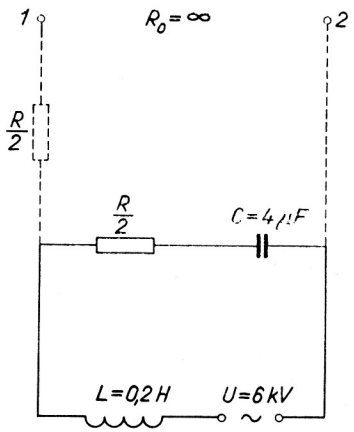


Slika 15-5

Shema spoja prikazana je na sl. 15-5. Ona pokazuje slučaj kad generator napaja dva izolirana vodiča u kabelskom plaštu, koji su na kraju kabela razdvojeni. Opteretni otpor $R_0 = \infty$, tj. nema trošila.

Dva vodiča odijeljena izolacijom predstavljaju kapacitet kabela $C=4\ \mu F$, koji radi jednostavnosti skupljamo na sredini kabela. Vod do polovice kabela imat će samo polovicu otpora, tj. $R=3\ \Omega$.

Kapacitet kabela se izmjenično nabija i izbija izmjeničnom strujom, odnosno vodičima prolazi struja bez obzira što na kraju nije priključen opteretni otpor R_0. Odspojeni vodiči sa opteretnim otporom $R_0=\infty$ predstavljaju kondenzator koji je paralelno spojen na izvor izmjeničnog napona.



Slika 15-6

Odspojeni kabel s generatorom nadomjestimo shemom na sl. 15-6, tj. serijskim krugom sa tri vrste otpora.

Prividni otpor kabela (impedancija) s generatorom (omski otpor stroja zanemarujemo) je

$$Z=\sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}=$$

$$Z=\sqrt{3\ \Omega^2+2\pi\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 0{,}2\ \text{H}-\frac{10^6}{2\pi\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 4\text{F}}}=733\ \Omega.$$

Omski otpor $R/2=3\Omega$ je veoma malen nasuprot ukupnom jalovom otporu $R_j=(\omega L-1/\omega C)$. Dovoljno je ako računamo samo jalovi otpor R_j kao ukupni otpor kruga ($Z=R_j$).

Struja nabijanja (ukupna) kruga je:

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{6000\ \text{V}}{733\ \Omega}\approx 8{,}2\ \text{A}.$$

Struja nabijanja efektivne vrijednosti $I=8{,}2$ A neprekidno teče žicama kabela, bez obzira na to što su one na kraju odspojene. Struja nabijanja je, grubo, uzevši, kapacitivna struja kabela, kojega dvije žice odijeljene izolacijom tvore kondenzator C (sl. 15-5 i 15-6).

Rezonantna frekvencija f_r (kritična), pri kojoj krug ima najmanji otpor i najjaču struju je:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6{,}28\sqrt{0{,}2\ \mathrm{H}\cdot 4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}}} = \frac{1}{6{,}28\sqrt{0{,}8\cdot 10^{-6}\ \mathrm{s}^2}}$$

$$f_r = \frac{1}{6{,}28\cdot 10^{-3}\cdot\sqrt{0{,}8\ \mathrm{s}^2}} = \frac{1000}{6{,}28\cdot 0{,}9\ \mathrm{s}} = 177\ \mathrm{Hz}.$$

Vlastita frekvencija cijelog kruga je približno $f=177$ Hz. Ako bi generator davao struju frekvencije $f_r=177$ Hz umjesto $f=50$ Hz, doći će do naponske rezonancije ($U_L=U_C$), tj. frekvencija struje bit će jednaka frekvenciji kruga. Otpor kruga bit će najmanji ($Z=R$), a struja najveća

$$I_r = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = \frac{6000\ \mathrm{V}}{3\ \Omega} = 2000\ \mathrm{A}.$$

Toliko veliku struju vodiči ne bi podnijeli. Pri rezonanciji je kapacitivni otpor jednak induktivnome $1/\omega C=\omega L=2\pi f_r L=6{,}28\cdot 177\ \mathrm{Hz}\cdot 0{,}2\ \mathrm{H}=222\ \Omega$.

Padovi napona na kapacitetu i induktivitetu su pri rezonanciji jednaki.

$$U_C=U_L=1/\omega C=I\cdot\omega\cdot L=2000\ \mathrm{A}\cdot 222\ \Omega=444\ 000\ \mathrm{V}=U_C=444\ \mathrm{kV}.$$

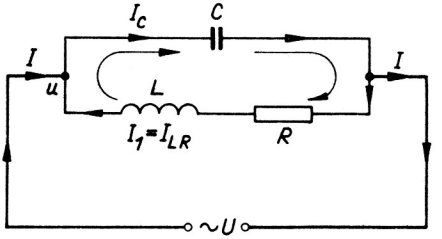
Izolacija kabela neće izdržati toliki napon. Iz primjera je vidljivo, kolika opasnost prijeti vodičima i izolaciji pri naponskoj rezonanciji. Zbog toga pri konstrukciji električnih krugova nastojimo ograničiti rezonanciju time, što vlastita frekvencija kruga treba da bude bitno različita od frekvencije izvora.

b) Strujna rezonancija (pri paralelnom spoju)

Pravila i formule

Strujna (paralelna) rezonancija može nastati u krugu, na sl. 15-7, u kojem su kondenzator i zavojnica spojeni paralelno i priključeni na izvor izmjeničnog napona. Struja I se grana u točki u. Zavojnicom prolazi veća struja $I_1=I_{LR}$, pri nižoj frekvenciji, dok pri višoj frekvenciji prolazi više struje kondenzatorom (I_C). Pri određenoj frekvenciji (rezonantnoj) bit će jalove struje $I_{1j}=I_1\sin\varphi_1$ i I_C obiju grana jednake; tako dolazi do strujne rezonancije. Pri paralelnoj rezonanciji su struje I_C i I_{1j} najveće a teku samo u krugu C, L, R (vidi strelicu u sl. 15-7). Kondenzator C se izmjenično nabija i izbija kroz zavojnicu L i otpor R. Unutarnji krug C, L, R predstavlja pri rezonanciji najveći otpor nasuprot vanjskom krugu, i zato je rezonantna

ukupna struja $I = I_r$ najmanja, potrebna samo za pokrivanje pada napona koji nastaje na omskom otporu R. Struje I_C i I_{1j} su jalove, ne stvaraju djelatnu snagu. Struja I, koja uzrokuje toplinu, djelatna je komponenta struje I_1, tj. $I = I_1 \cos \varphi_1$.



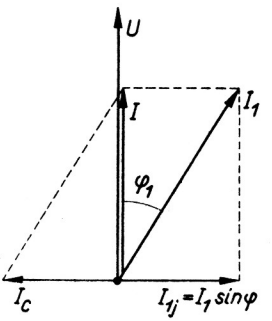
Slika 15-7

U dijagramu na sl. 15-8 najprije crtamo zajedničku veličinu za obje grane, tj. napon stezaljki U. Kada bismo imali samo granu sa zavojnicom L i njenim omskim otporom R, ukupna struja bila bi I_1 s faznim pomakom φ_1. Struju I_1 možemo zbog preglednosti rastaviti u dvije komponente: djelatnu komponentu I i jalovu komponentu I_{1j}. Ako paralelno pridodamo kondenzatorsku granu kojom će prolaziti jednaka struja I_C kao I_{1j}, nastat će rezonancija, a iz izvora će teći samo rezonantna struja $I = I_r$. Iz dijagrama na sl. 15-8 izlazi:

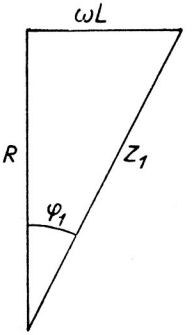
$$I_C = I_{1j} = I_1 \sin \varphi_1$$

$$U \cdot \omega \cdot C = I_1 \sin \varphi_1 = \frac{U}{Z_1} \sin \varphi_1$$

$$U \cdot \omega \cdot C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin \varphi_1.$$



Slika 15-8



Slika 15-9

Iz poznatog nam trokuta otpora na sl. 15-9 dobit ćemo:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\omega L}{Z_1} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

Nakon uvrštenja u predašnju jednadžbu, dobit ćemo:

$$U \cdot \omega \cdot C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

Nakon kraćenja i uređenja imamo:

$$C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

Iz toga je rezonantna kružna frekvencija jednaka

$$\omega = \omega_r = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{L^2}}.$$

Ukupna struja koja izlazi iz izvora U je prema dijagramu na sl. 15-8:

$$I = I_r = I_1 \cos \varphi_1 = \frac{U}{Z_1} \cos \varphi_1,$$

a nakon uvršetnja za Z_1 i $\cos \varphi_1$ (vidi sl. 15-9)

$$I_r = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$I_r = U \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$$

gdje je faktor $\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$ vodljivost, odnosno recipročna vrijednost otpora cijeloga kruga. Iz predašnje jednadžbe za C slijedi:

$$\frac{C}{L} = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_r = U \cdot R \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} = U \cdot R \frac{C}{L} = \frac{U}{\frac{L}{CR}}$$

gdje je izraz $L/C \cdot R$ ukupni otpor R_r pri rezonanciji, tj.

$$R_r = \frac{L}{C \cdot R}.$$

Pri rezonanciji nema faznog pomaka između rezonantne struje I_r i napona izvora U.

Vježbe

5 U krugu na sl. 15-7 ima kondenzator C vrijednost 4 μF, zavojnica induktivitet $L=1$ H, a omski je otpor $R=50\ \Omega$. Izvor izmjenične struje frekvencije $f=50$ Hz ima napon stezaljki $U=200$ V. Kolika mora biti frekvencija napona izvora da bi nastala rezonancija? Koliki su rezonantna struja i otpor (sl. 15-7 i 15-8)?

Vrijednost struje i otpora kruga na sl. 15-7 već smo izračunali. Ukupna struja i napon izvora u danom primjeru nisu u fazi, tj. u krugu nema rezonancije. Rezonancija nastane pri određenoj frekvenciji (rezonantnoj) koju želimo izračunati iz formule izvedene u uvodu.

$$\omega_r=\sqrt{\frac{1}{C\cdot L}-\frac{R^2}{L^2}}=\sqrt{\frac{1}{4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}\cdot 1\ \mathrm{H}}-\frac{(50\ \Omega)^2}{(1\ \mathrm{H})^2}}=\sqrt{\frac{10^6\ \mathrm{s}^2}{4}-(50\ \mathrm{s})^2}$$

$$\omega_r=498/\mathrm{s}=498\ \mathrm{rad/s}^{*}.$$

Rezonantna frekvencija iznosi:

$$f_r=\frac{498\ \mathrm{rad/s}}{2\pi}=79{,}3\ \mathrm{Hz}.$$

To je vlastita frekvencija kruga koja je bliska frekvenciji mreže (50 Hz). Kad bi napon izvora struje imao frekvenciju 79,3 Hz, kakvu ima razmatrani električki krug, nastala bi strujna (paralelna) rezonancija. Tada bi ukupni otpor R_r cijelog kruga bio najveći.

$$R_r=\frac{L}{C\cdot R}=\frac{1\ \mathrm{H}}{4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}\cdot 50\ \Omega}=\frac{10^6\ \Omega}{200}=5000\ \Omega,$$

a ukupna bi struja bila najmanja

$$I_r=\frac{U}{R_r}=\frac{200\ \mathrm{V}}{5000\ \Omega}=0{,}044\ \mathrm{A}.$$

Struja koja prolazi kondenzatorom pri rezonanciji bit će:

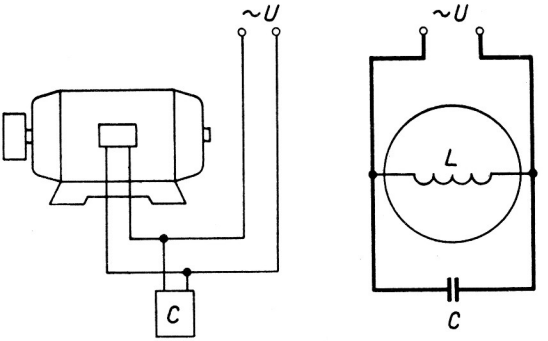
$$I_C=U\cdot\omega_r\cdot C=220\ \mathrm{V}\cdot 498\ \mathrm{s}^{-1}\cdot 4\cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}=0{,}438\ \mathrm{A}.$$

Struja I_1 kroz zavojnicu još je veća (sl. 15-8), dakle: struja u granama veća je od ukupne struje I u vanjskom krugu. Zato i govorimo o strujnoj rezonanciji.

---

* O jedinici radijan (rad) i odnosu među jedinicama $\Omega/\mathrm{H}=\mathrm{s}$, $\mathrm{H/F}\Omega^2$, kao i o drugim odnosima među jedinicama vidi knjigu M. Brezinščak: Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti, Tehnička knjiga, Zagreb (primjedba prevodioca).

6 Koliki kondenzator moramo paralelno priključiti na stezaljke jednofaznog motora induktiviteta $L=2$ H i omskog otpora $R=0{,}5\ \Omega$, da bismo dobili faktor snage $\cos\varphi=1$ pri naponu izvora $U=220$ V i $f=50$ Hz (sl. 15-10)?



Slika 15-10

Pri $\cos\varphi=1$ fazni je pomak φ između napona motora U i struje opterećenja I jednak nuli ($\varphi=0$). Možemo ga postići pri rezonanciji. Zbog toga što motor predstavlja induktivitet L s otporom R (vidi sl. 15-10 desno), potrebno je motoru priključiti odgovarajući kondenzator. U tom ćemo slučaju rezonanciju postići samo odabiranjem kapaciteta, jer frekvenciju izvora (mreže) ne možemo mijenjati.

Iz uvodnog dijela izabrat ćemo formulu za izračunavanje kapaciteta kondenzatora potrebnog za paralelnu rezonanciju:

$$C=\frac{L}{R^2+\omega^2L^2}=\frac{2\ \text{H}}{(0{,}5\ \Omega)^2+(2\pi\cdot 50\ \text{Hz}\cdot 2\ \text{H})^2}$$

$$C=0{,}000\,005\,35\ \text{F}=5{,}35\ \mu\text{F}.$$

Nakon priključivanja kondenzatora kapaciteta 5 μF (uzevši grubo) bit će struja motora u fazi s naponom stezaljki U, tj. motor ne vuće iz mreže struju magnetiziranja (jalovu), jer ju daje kondenzator.

Pri malom omskom otporu R i visokoj frekvenciji može se otpor R zanemariti, pa formula za kapacitet prelazi u oblik

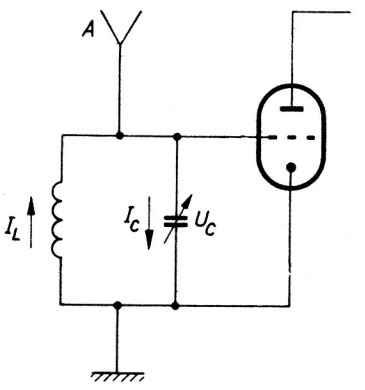
$$C=\frac{L}{R^2+\omega^2L^2}\approx\frac{L}{\omega^2L^2}=\frac{1}{\omega^2\cdot L}$$

tj. za izračunavanje kapaciteta koristit ćemo formulu za frekvenciju pri naponskoj rezonanciji.

Daljnjim uređenjem izlazi:

$$\omega^2=\frac{1}{C\cdot L},\quad \omega=\frac{1}{\sqrt{C\cdot L}},\quad f=\frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot C}}.$$

7 Oscilatorski krug radio-prijemnika s jednom elektronkom sadržava zavojnicu induktiviteta 0,1 mH i zakretni kondenzator 500 pF. Koliki kapacitet treba podesiti pri prijemu elektromagnetskog vala zagrebačkog odašiljača frekvencije oko 1267 kHz (sl. 15-11)?



Slika 15-11

Kondenzatorom podesimo frekvenciju 1267 kHz, čime ćemo dovesti krug u paralelnu rezonanciju. Budući je omski otpor zavojnice veoma malen, kapacitet ćemo izračunati pomoću jednadžbe

$$C=\frac{1}{\omega^2 L}=\frac{1}{2\pi\cdot f\cdot L}=\frac{1}{4\cdot\pi^2\cdot(1{,}267\cdot 10^6\ \mathrm{Hz})^2\cdot 0{,}1\cdot 10^{-3}\ \mathrm{H}}$$

$$C=0{,}157\cdot 10^{-9}\ \mathrm{F}=157\ \mathrm{pF}.$$

Nakon podešavanja kondenzatora na kapacitet 157 pF, antenom će teći minimalna struja (mimo oscilatorskog kruga), dok će kondenzatorom i zavojnicom teći maksimalna struja. Ona će stvoriti maksimalni napon koji se pojačava pomoću elektronke.

8 Odašiljač snažne (mjesne) radio-stanice sadrži zavojnicu L induktiviteta 0,05 mH i paralelno spojeni kondenzator C. Koliki mora biti kapacitet, ako želimo emitirati val radio-stanice frekvencije 701 kHz (sl. 15-12)?

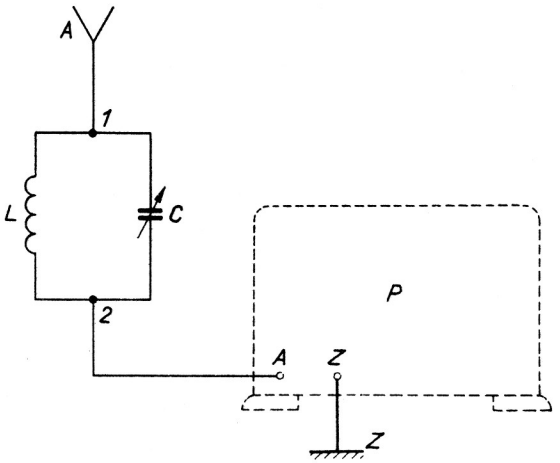
Za zanemarivi omski otpor i veliku frekvenciju koristit ćemo formulu koja vrijedi za serijsku rezonanciju

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot C}}.$$

Odavde je traženi kapacitet:

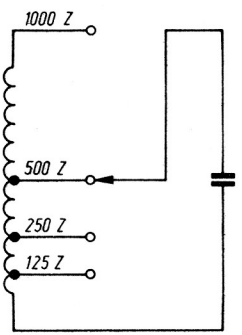
$$C=\frac{1}{(2\pi\cdot f)^2 L}=\frac{1}{4\pi^2\cdot(701\ \text{kHz})^2\cdot 5\cdot 10^{-5}\ \text{H}}$$

$$C=\frac{1}{9{,}7\cdot 10^{8}}=1{,}03\cdot 10^{-9}\ \text{F}=1{,}03\cdot 10^{-3}\ \mu\text{F}=1030\ \text{pF}.$$



Slika 15-12

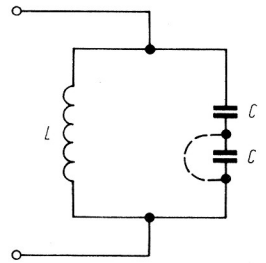
9 Zavojnica titrajnog kruga na sl. 15-13 ima odvojke s naznačenim brojem zavoja. Kako se odnose rezonantne frekvencije koje odgovaraju pojedinim odvojcima?



Slika 15-13

Odnosi brojeva zavoja su $125:250:500:1000=1:2:4:8$. Budući da je induktivitet razmjeran kvadratu broja zavoja, induktiviteti se odnose kao $1^2:2^2:4^2:8^2$. Prema tome, rezonantne frekvencije se odnose kao $k/\sqrt{L}:k/\sqrt{2^2L}:k/\sqrt{4^2L}:k/\sqrt{8^2L}$, ili kao $1:2:4:8$. *Rezonantne frekvencije se, dakle odnose kao brojevi zavoja.*

10 Titrajni krug u shemi na sl. 15-14 ima rezonantnu frekvenciju od 100 kHz. Za koliko će se postotaka promijeniti rezonantna frekvencija ako se jedan od kapaciteta, koji su jednaki, kratko spoji?



Slika 15-14

Budući da je induktivitet ostao isti, možemo konstantne faktore u formuli za rezonantnu frekvenciju zamijeniti sa »k«, pa dobivamo da je $f=1/(2\pi\sqrt{LC})=k/\sqrt{C}$. Ako se jedan od kapaciteta kratko spoji, postaje kapacitet u krugu dva puta veći, pa je $f'=k/\sqrt{2C}=k/(\sqrt{2}\sqrt{C})\approx 0{,}7\,k/\sqrt{C}$. Rezonantna frekvencija postaje, dakle, približno 30% niža.

Zadaci

1. Serijski rezonantni krug, prema sl. 15-1, ima ove podatke: $C=32$ μF, $L=20$ H, $R=550$ Ω. Pri kojoj frekvenciji nastaje rezonancija? Kolika je impedancija, struja, napon na kondenzatoru i zavojnici pri rezonanciji? ($f_r=6{,}29$ Hz, $Z=550$ Ω, $I=0{,}4$ A, $U_L=U_C=316$ V)

2. Paralelni rezonantni krug, prema sl. 15-7, ima ove podatke: $C=8$ μF, $L=2$ H, $R=60$ Ω i $U=220$ V. Treba izračunati frekvenciju struje, da bi napon U i ukupna struja I bili u fazi (u rezonanciji). Kolika je impedancija i kolika je ukupna struja pri rezonanciji? (39,5 Hz, $Z_r=4166$ Ω, $I_r=0{,}0528$ A.)

16. Snaga jednofazne struje

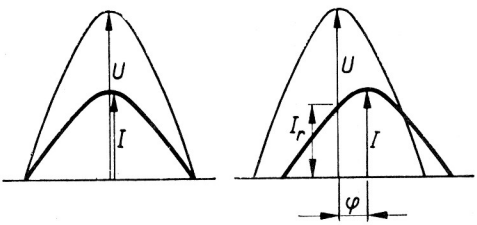
Pravila i formule

Snaga istosmjerne struje jednaka je

$$P = U \cdot I$$

Pri izmjeničnoj struji (jednofaznoj) nisu u fazi niti maksimalne niti ostale vrijednosti napona U i struje I, ako je krug induktivno, odnosno kapacitivno opterećen (sl. 16-1). Pri maksimalnom naponu U, nije maksimum struje I. Umjesto sa strujom I u vodičima treba računati s radnom strujom I_r (djelatna komponenta) koja je prema dijagramu na sl. 16-2

$$I_r = I \cdot \cos \varphi.$$



Slika 16-1

Druga komponenta struje I u vodiču je jalova komponenta

$$I_j = I \cdot \sin \varphi$$

koja može biti, ovisno o opterećenju, magnetska ili kapacitivna.

Radna snaga P, koja nam je potrebna za stvaranje toplinske ili mehaničke snage jednaka je:

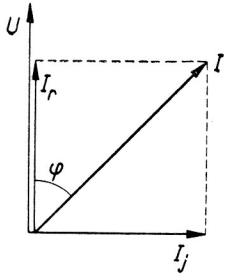
$$P = U \cdot I = U \cdot I \cos \varphi$$

(vrijednosti napona i struje su efektivne).

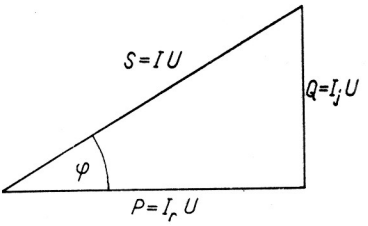
Umnožak $U \cdot I$, bez obzira na faktor snage $\cos \varphi$, daje prividnu snagu S.

Umnožak napona i jalove struje daje jalovu (magnetsku ili kapacitivnu) snagu

$$Q = U \cdot I \sin \varphi.$$



Slika 16-2



Slika 16-3

Iz dijagrama na sl. 16-2 konstruirani trokut snaga pokazuje na sl. 16-3 povezanost triju snaga:

Radna snaga:

$$P = S \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

Odavde je faktor snage:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I}.$$

Jalova snaga:

$$Q = S \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot Ij.$$

Prividna snaga:

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Vježbe

1 Radnik potiskuje kolica silom $S = 200\,\text{N}$, koja djeluje pod kutom $\varphi = 30°$ prema horizontali. Kolika je sila F, koja pokreće kolica i kolika je sila Q koja potiskuje kolica prema zemlji (sl. 16-4)?

Djelatna (radna) komponenta sile S koja pokreće kolica iznosi:

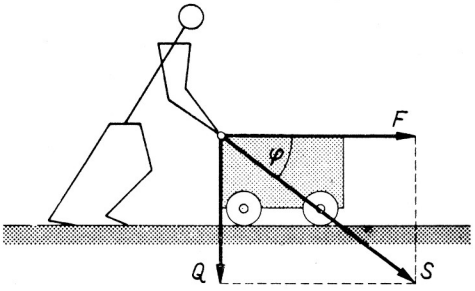
$$F = S \cdot \cos \varphi = 200\,\text{N} \cdot 0{,}866 = 173{,}2\,\text{N}.$$

Jalova (nekorisna) komponenta sile S je:

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 200\,\text{N} \cdot 0{,}5 = 100\,\text{N}.$$

Radnik koji primjenjuje silu $S = 200\,\mathrm{N}$ potiskuje kolica i dovodi ih u kretanje samo silom $F = 173{,}2\,\mathrm{N}$, a silom $Q = 100\,\mathrm{N}$ potiskuje na zemlju. Zbroj sila $F+Q$ nije jednak sili S (20 nije $17{,}32+10$), ali je prema Pitagorinom poučku

$$S = \sqrt{F^2+Q^2} = \sqrt{(173{,}2\,\mathrm{N})^2+(100\,\mathrm{N})^2} = 200\,\mathrm{N}.$$



Slika 16-4

Što je manji kut φ to je veća radna komponenta F i tim je manja nekorisna komponenta Q.

2 U električnom krugu, koji je induktivno opterećen, teče struja $I = 20\,\mathrm{A}$ pri faznom pomaku $\varphi = 30°$ između napona $U = 220\,\mathrm{V}$ i struje I. Izračunajmo radnu struju I_r, struju magnetiziranja I_j, prividnu snagu S, radnu snagu P i jalovu snagu Q u električkom krugu!

Prema sl. 16-2 djelatna je (radna) struja:

$$I_r = I \cdot \cos\varphi = 20\,\mathrm{A} \cdot \cos 30° = 20\,\mathrm{A} \cdot 0{,}866 = 17{,}32\,\mathrm{A}.$$

Vodovima teče struja 20 A, a samo dio nje, tj. 17,32 A daje radnu snagu

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = U \cdot I_r = 220\,\mathrm{V} \cdot 17{,}32\,\mathrm{A} = 3810{,}4\,\mathrm{W}$$

$$P = 3{,}81\,\mathrm{kW}.$$

Izvor (mreža) daje u krug veću snagu, tj. prividnu snagu

$$S = U \cdot I = 220\,V \cdot 20\,\mathrm{A} = 4400\,\mathrm{W} = 4{,}4\,\mathrm{kVA}.$$

Struja magnetiziranja (jalova)

$$I_m = I_j = I \cdot \sin\varphi = 20\,\mathrm{A} \cdot \sin 30° = 20\,\mathrm{A} \cdot 0{,}5 = 10\,\mathrm{A}.$$

Jalova snaga Q se vraća u mrežu:

$$Q = I \cdot \sin\varphi \cdot U = I_j \cdot U = 10\,\mathrm{A} \cdot 220\,\mathrm{V}$$

$$Q = 2200\,\mathrm{VA} = 2{,}2\,\mathrm{kVA}.$$

Jalovu struju možemo izračunati i prema sl. 16-2

$$I_m = I_j = \sqrt{I^2 - I_r^2} = \sqrt{(20\ \text{A})^2 - (17{,}3\ \text{A})^2} = \sqrt{400 - 299{,}29}\ \text{A} \approx 10\ \text{A}.$$

Jalova snaga prema trokutu snaga (sl. 16-3)

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(4{,}4\ \text{kVA})^2 - (3{,}81\ \text{kW})^2} = 2{,}2\ \text{kVA}.$$

3 Kolika je prividna, radna i jalova snaga motora M, akc mjerni instrumenti pokazuju $I = 15$ A, $U = 220$ V, $\cos\varphi = 0{,}75$ (sl. 16-5)?

Mjerni instrumenti pokazuju efektivne vrijednosti.
Prividna snaga je:

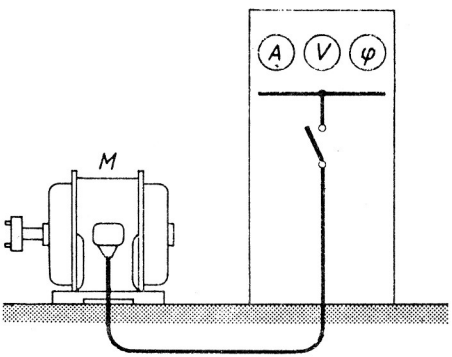
$$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 15\ \text{A} = 3300\ \text{VA} = 3{,}3\ \text{kVA}.$$

Radna snaga iznosi:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = S \cdot \cos\varphi = 3{,}3\ \text{kVA} \cdot 0{,}75 = 2{,}475\ \text{kW}.$$

Jalova snaga je:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = S \cdot \sin\varphi = 3{,}3\ \text{kVA} \cdot 0{,}66 = 2{,}178\ \text{kVA}.$$



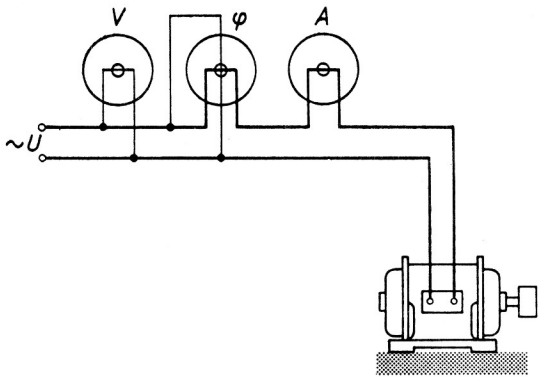
Slika 16-5

(Elektrana daje motoru prividnu snagu $S = 3{,}3$ kVA, kojom se opterećuje vod i namot motora. Na mehaničko djelovanje motora utječe samo radna snaga $P = 2{,}475$ kW. Za magnetiziranje motora potrebna je jalova snaga $Q = 2{,}178$ kVA, koja se vraća u mrežu.)

4 Jednofazni motor pri naponu $U = 220$ V i $\cos\varphi = 0{,}65$ uzima struju $I = 10$ A. Kolika je prividna snaga, radna snaga i jalova snaga? Kolika je radna i jalova struja (sl. 16-6)?

Instrumenti pokazuju efektivne vrijednosti jednofazne struje.
Prividna snaga, koju motor dobiva iz mreže

$$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} = 2{,}2\ \text{kVA}.$$



Slika 16-6

Radna električka snaga, koja se pretvara u mehanički rad motora iznosi:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = 220\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} \cdot 0{,}65 = 1{,}43\ \text{kW}.$$

Jalova snaga, potrebna za stvaranje magnetskog polja motora je:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = S \cdot \sin\varphi = 2{,}2\ \text{kVA} \cdot 0{,}76 = 1{,}67\ \text{kVA}.$$

(Sin φ se nađe iz $\cos\varphi = 0{,}65$, koji odgovara kutu 49° 30′. Sinus kuta 49°30′ naći ćemo iz tablice trigonometrijskih funkcija u istom retku gdje nalazimo pri 49° 30′ sinus 0,76.)

Što je manji faktor snage $\cos\varphi$, to je potrebna veća snaga magnetiziranja u odnosu prema radnoj snazi.

Radna struja:

$$I_r = I \cdot \cos\varphi = 10\ \text{A} \cdot 0{,}65 = 6{,}5\ \text{A}.$$

Struja magnetiziranja:

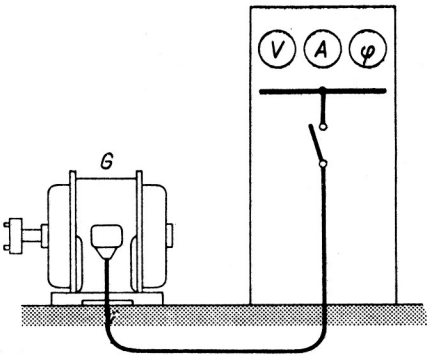
$$I_m = I \cdot \sin\varphi = 10\ \text{A} \cdot 0{,}76 = 7{,}6\ \text{A}.$$

Ukupna struja $I = 10$ A nije jednaka zbroju $I_r + I_m = 6{,}5\ \text{A} + 7{,}6\ \text{A} = 14{,}1$ A već je jednaka vektorskom (geometrijskom) zbroju:

$$I = \sqrt{I_r^2 + I_m^2} = \sqrt{(6{,}5\ \text{A})^2 + (7{,}6\ \text{A})^2} = \sqrt{(42{,}25 + 57{,}76)\ \text{A}^2}$$

$$I \approx \sqrt{100\ \text{A}^2} \approx 10\ \text{A}.$$

5 Na razvodnoj ploči mjerni instrumenti pokazuju napon $U=230$ V, struju $I=100$ A i faktor snage $\cos\varphi=0{,}8$. Kolika je prividna snaga, radna snaga i jalova snaga, koje daje jednofazni generator G u mrežu? Kolika je radna i jalova struja generatora i mreže (sl. 16-7)?



Slika 16-7

Prividna snaga generatora iznosi:

$$S=U\cdot I=230\text{ V}\cdot 100\text{ A}=23000\text{ VA}=23\text{ kVA}.$$

Radna snaga generatora je:

$$P=U\cdot I\cdot\cos\varphi=23\text{ kVA}\cdot 0{,}8=18{,}4\text{ kW}.$$

Jalova snaga iznosi

$$Q=U\cdot I\cdot\sin\varphi=S\cdot\sin\varphi=23\text{ kVA}\cdot 0{,}60=13{,}8\text{ kVA}.$$

Radna struja je:

$$I_r=I\cdot\cos\varphi=100\text{ A}\cdot 0{,}8=80\text{ A}.$$

Jalova struja (magnetiziranja) iznosi:

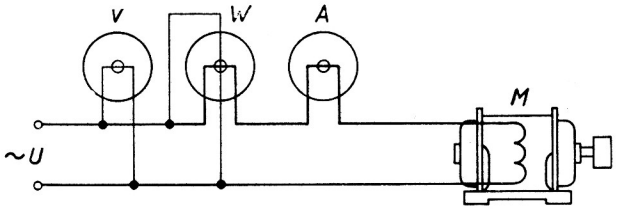
$$I_m=I\cdot\sin\varphi=100\text{ A}\cdot 0{,}60=60\text{ A}.$$

(Vodičem teče struja $I=100$ A, koja zagrijava vod i određuje njegov presjek, a na rad se troši samo $I_r=80$ A, dok na magnetiziranje motora i sl. otpada $I_m=60$ A.)

6 Voltmetar V pokazuje napon $U=230$ V, ampermetar A struju $I=100$ A, a vatmetar W radnu snagu $P=16{,}1$ kW. Izračunajmo $\cos\varphi$ motora (kruga), prividni, omski i induktivni otpor motora M (sl. 16-8)!

Faktor snage motora (točnije: cijelog kruga):

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{16{,}1\ \text{kW}}{230\ \text{V} \cdot 100\ \text{A}} = 0{,}70.$$



Slika 16-8

Prividni otpor motora je:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{230\ \text{V}}{100\ \text{A}} = 2{,}3\ \Omega.$$

Omski otpor motora prema trokutu otpora iznosi:

$$R = Z \cdot \cos\varphi = 2{,}3\ \Omega \cdot 0{,}7 = 1{,}61\ \Omega$$

ili

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{16\,100\ \text{W}}{10\,000\ \text{A}^2} = 1{,}61\ \Omega.$$

Induktivni (jalovi) otpor motora je:

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(2{,}3\ \Omega)^2 - (1{,}61\ \Omega)^2} = \sqrt{(5{,}29 - 2{,}59)\ \Omega^2} \approx 1{,}64\ \Omega$$

ili iz trokuta otpora

$$X = Z \cdot \sin\varphi \approx 2{,}3\ \Omega \cdot 0{,}713 = 1{,}64\ \Omega.$$

($\cos\varphi = 0{,}70$ odgovara približno kut $45^\circ\ 30'$ a tome odgovara u tom istom retku u tablici trigonometrijskih funkcija $\sin\varphi = 0{,}713$).

7 Jednofazni transformator ima faktor snage $\cos\varphi = 0{,}85$, a pri naponu $U = 230$ V daje struju 90 A. Koliki su prividna, radna i jalova snaga? Kolika je privedena snaga transformatora pri korisnosti $\eta = 0{,}8$ (sl. 16-9)?

Prividna snaga je:

$$S = U \cdot I = 230\ \text{V} \cdot 90\ \text{A} = 20\,700\ \text{VA} = 20{,}7\ \text{kVA}.$$

Radna snaga:

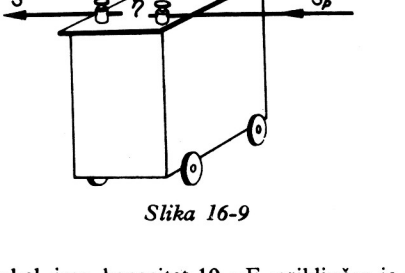
$$P = S \cdot \cos\varphi = 20{,}7\ \text{kVA} \cdot 0{,}85 \approx 17{,}6\ \text{kW}.$$

Jalova snaga:

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 20{,}7 \text{ kVA} \cdot 0{,}527 = 10{,}9 \text{ kVA}.$$

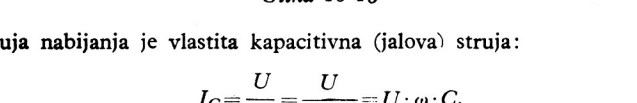
Privedena je snaga transformatora:

$$S_p = \frac{S}{\eta} = \frac{20{,}7 \text{ kVA}}{0{,}8} \approx 25{,}9 \text{ kVA},$$



Slika 16-9

8 Jakostrujni kabel ima kapacitet 10 μF, priključen je na napon $U = 6000$ V (50 Hz) i nije opterećen. Kolika je struja nabijanja i prividna struja, radna i jalova privedena snaga (sl. 16-10)?



Slika 16-10

Struja nabijanja je vlastita kapacitivna (jalova) struja:

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U \cdot \omega \cdot C.$$

$$I_C = 6 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 18{,}84 \text{ A}.$$

Pri zanemarivom omskom otporu vodiča i izolacionom otporu je također radna snaga zanemariva. Kapacitivna struja i napon daju jalovu snagu, koja je jednaka prividnoj snazi:

$$Q = S = I_n \cdot U = 18{,}84 \text{ A} \cdot 6000 \text{ V} = 113\,040 \text{ VA} \approx 113 \text{ kVA}.$$

9 Asinkroni motor u stroju za pranje ima snagu 370 W, $\cos \varphi = 0{,}8$, a priključen je na mrežu $U = 220$ V, $f = 50$ Hz. Kolika je prividna snaga motora? Kolika struja teče vodičima? Kolika je komponenta struje koja određuje snagu motora? Kolika je potrošnja i trošak električke energije nakon 1,5 satnog rada motora pri cijeni energije 1,8 din/kWh?

Radna snaga motora P je 370 W.

Prividna snaga iz jednadžbe $P = S \cdot \cos\varphi$ je:

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{370\ \text{W}}{0{,}8} = 462{,}5\ \text{VA}.$$

Priključnim vodičima i namotom motora teče ukupna struja:

$$I = \frac{S}{U} = \frac{462{,}5\ \text{VA}}{220\ \text{V}} = 2{,}1\ \text{A}.$$

Rad motora omogućuje djelatna komponenta

$$I_r = \frac{S \cdot \cos\varphi}{U} = \frac{P}{U} = \frac{370\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 1{,}68\ \text{A}.$$

Za 1,5 sati izvrši motor rad

$$A = P \cdot t = 370\ \text{W} \cdot 1{,}5\ \text{h} = 555\ \text{Wh} = 0{,}555\ \text{kWh}.$$

Trošak električne energije za 1,5 - satno pranje iznosi:

$$0{,}555\ \text{kWh} \cdot 1{,}8\ \text{din/kWh} \approx 1\ \text{din}.$$

10 Motor usisavača prašine za 3/4 sata svog djelovanja zahtijeva električki rad 127,5 Wh, koji smo očitali na električnom brojilu. Kolika je snaga motora i radna struja? Treba odrediti faktor snage cos φ, ako ampermetar pokazuje 1,19 A pri naponu mreže $U = 220$ V.

Snaga usisavača je:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{127{,}5\ \text{Wh}}{0{,}75\ \text{h}} = 170\ \text{W}.$$

Radna struja iznosi:

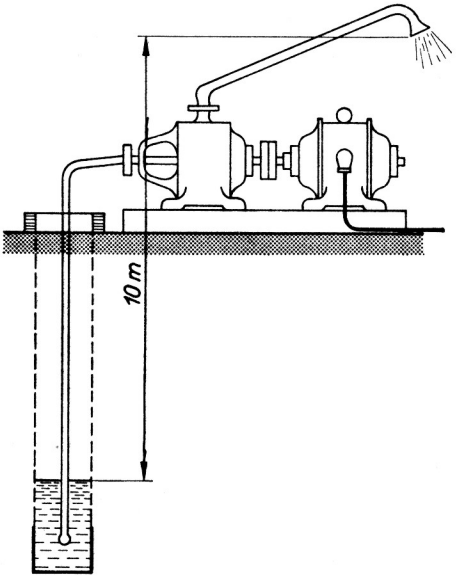
$$I_r = \frac{P}{U} = \frac{170\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}773\ \text{A}.$$

Faktor snage motora prema trokutu struja je:

$$\cos\varphi = \frac{I_r}{I} = \frac{0{,}773\ \text{A}}{1{,}19\ \text{A}} \approx 0{,}65.$$

11 Sisaljka, spojena s elektromotorom, treba isisati za 20 minuta 40 hl vode iz bunara na visinu 10 m. Kolika će biti potrebna snaga motora, ako je korisnost sisaljke $\eta_s = 30\%$? Kolika je privedena snaga motora pri njegovoj korisnosti $\eta_m = 0{,}70\%$? Kolika se struja uzima iz mreže izmjeničnog napona $U = 220$ V i pri $\cos\varphi = 0{,}8$ motora?

Koliki je trošak električke energije potrebne za isisavanje vode, ako je cijena 1,8 din za 1 kWh (sl. 16-11)?



Slika 16-11

Mehanička snaga sisaljke iznosi:

$$P_s = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot h}{t}$$

$$P_s = \frac{4000\,\text{kg} \cdot 9{,}8 \cdot 10\,\text{m}}{20 \cdot 60\,\text{s}} = 326{,}7\,\text{W}.$$

Elektromotor ima snagu:

$$P_m = \frac{P_s}{\eta_s} = \frac{326{,}7\,\text{W}}{0{,}30} = 1089\,\text{W}.$$

Privedena snaga motora će biti:

$$P_{pm} = \frac{P_m}{\eta_n} = \frac{1089\,\text{W}}{0{,}70} = 1555\,\text{W}.$$

Iz mreže motor uzima (pri $\cos\varphi = 0{,}8$) struju:

$$I = \frac{P_{pm}}{U \cos\varphi} = \frac{1555\ \text{W}}{220\ \text{V} \cdot 0{,}8} \approx 8{,}84\ \text{A}.$$

Električki rad utvrđuje električno brojilo:

$$A = P_{pm} \cdot t = 1{,}555\ \text{kW} \cdot \frac{1}{3}\text{h} = 0{,}518\ \text{kWh}.$$

Trošak električke energije je prema tome

$$0{,}518\ \text{kWh} \cdot 1{,}8\ \text{din/kWh} \approx 0{,}9\ \text{din}.$$

12 Jednofazni elektromotor kojemu je radna snaga 2 kW uzima struju od 12 A pri naponu od 200 V. Izračunajte prividnu i jalovu snagu, faktor snage $\cos\varphi$ te radnu i jalovu komponentu struje.

Prividna snaga dobi se iz formule $S = U \cdot I$ tj.

$$S = 2 \cdot 10^2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^1 = 2{,}4 \cdot 10^3\ \text{VA} = 2{,}4\ \text{kVA}.$$

Jalova snaga iznosi

$$Q = \sqrt{S^2 + P^2} = \sqrt{(2{,}4 \cdot 10^3)^2 - (2 \cdot 10^3)^2} = \sqrt{1{,}76 \cdot 10^6} =$$

$$= 1{,}32 \cdot 10^3\ \text{VA} = 1{,}32\ \text{kVA}.$$

Faktor snage $\cos\varphi$ iznosi:

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{2 \cdot 10^3}{2{,}4 \cdot 10^3} = 0{,}833,$$

$\sin\varphi = 0{,}553$, pa sada možemo izračunati odgovarajuće komponente struje.

Radna komponenta struje je

$$I_r = I \cdot \cos\varphi = 12 \cdot 0{,}833 = 9{,}996\ \text{A},$$

dok je jalova komponenta

$$I_j = I \cdot \sin\varphi = 12 \cdot 0{,}553 = 6{,}64\ \text{A}.$$

Zadaci

1. Jednofazni motor za $U = 220$ V uzima struju $I = 30$ A, pri čemu vatmetar pokazuje privedenu snagu $P = 5{,}5$ kW. S kolikim faktorom snage radi motor (sl. 16-8) ($\cos\varphi = 0{,}85$)?

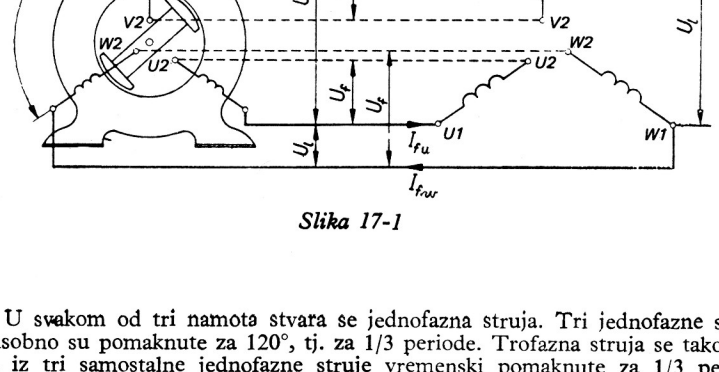
2. Na pločici jednofaznog motora nalaze se ovi podaci: $P = 5$ kW, $U = 220$ V, $\cos\varphi = 0{,}85$, $\eta = 80\%$. Treba izračunati struju koju motor uzima pri punom opterećenju iz mreže ($I = 24{,}6$ A)!

TROFAZNA STRUJA

17. Izračunavanje faznih i linijskih veličina trofazne struje

Pravila i formule

Trofazni generator ima u statoru tri jednofazna i samostalna namota, kojih su počeci i krajevi udaljeni za 120 električkih stupnjeva, tj. za 2/3 polne udaljenosti (sl. 17-1).



Slika 17-1

U svakom od tri namota stvara se jednofazna struja. Tri jednofazne struje međusobno su pomaknute za 120°, tj. za 1/3 periode. Trofazna struja se tako sastavlja iz tri samostalne jednofazne struje vremenski pomaknute za 1/3 periode (za 120°).

U svakom trenutku algebarski zbroj svih triju trenutnih vrijednosti napona pojedinih faza jednak je nuli. Zato možemo iz generatora umjesto 6 izvoda izvesti (za tri samostalne jednofazne struje) samo 3 ili 4 izvoda (s nul vodičem). Prema tome, kako spajamo pojedine faze i priključujemo ih na vodiče, dobivamo *spoj zvijezda* i *spoj u trokut*.

a) Spoj zvijezda

Pri spoju zvijezda su krajevi faza U2, V2, W2, (sl. 17-1) spojeni u jednu točku. Točka može imati izvod, tzv. nul-vodič (sl. 17-2), ili je bez izvoda.

Pri spoju u zvijezdu s nul-vodičem dobit ćemo dva napona: linijski napon U_l, između vodiča faza, i fazni napon U_f, između faze i nul-vodiča (sl. 17-1, 17-2). Odnos između linijskog i faznog napona je:

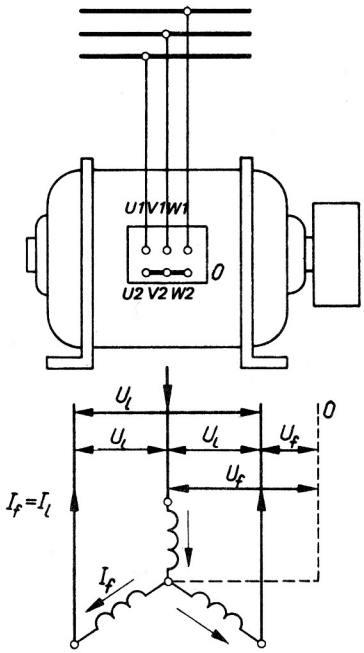
$$U_l = U_f \cdot \sqrt{3}.$$

Struja koja teče u vodičima (u mreži) teče također i u fazi (sl. 17-2).

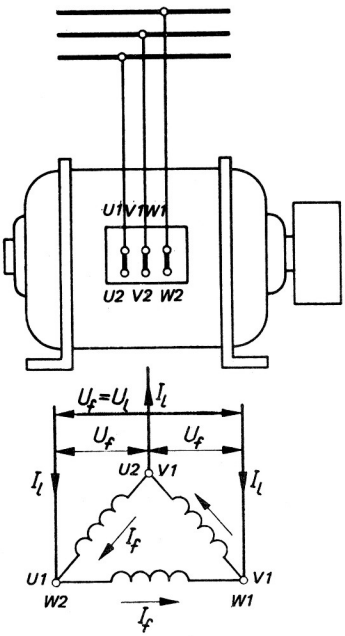
b) Spoj u trokut

Spoj faza u trokut nastaje spajanjem početaka i krajeva faza prema sl. 17-3. Pri tom spoju nema nul-vodiča. Naprotiv, imamo *dvojake struje*, a samo jedan napon za razliku od spoja u zvijezdi. Linijska struja u vodičima (u mreži) je veća nego struja u fazi

$$I_l = I_f \cdot \sqrt{3}.$$



Slika 17-2



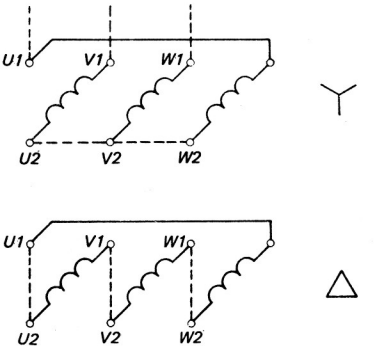
Slika 17-3

Fazni napon jednak je linijskom naponu između vodiča voda

$$U_l = U_f.$$

Kako se spajaju počeci i krajevi faza (zavojnica, namota) na priključnoj pločici za spoj u zvijezdu ili trokut pokazuju sl. 17-2 i 17-3.

Pri trofaznoj struji prolazi struja u jednom vodiču u svakom trenutku obrnuto nego li u ostala dva vodiča. Na primjer: na sl. 17-2 prolazi struja u srednjem vodiču prema dolje, a u krajnjim vodičima prema gore. Struja u srednjem vodiču jednaka je zbroju struja u ostala dva vodiča. Pri spoju bez nul-vodiča ili pri spoju u trokut uvijek je jedan od triju vodiča povratni vodič. Shema na sl. 17-4 pokazuje kako su tri jednofazna namota priključena na stezaljke priključne pločice motora, kad se namoti spajaju u zvijezdu i trokut.

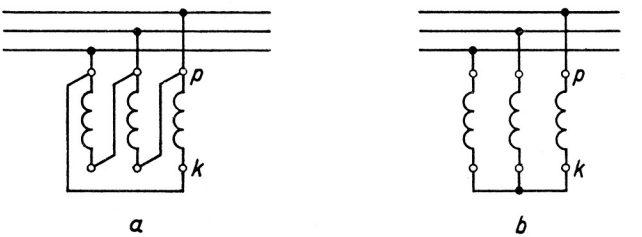


Slika 17-4

Vježbe

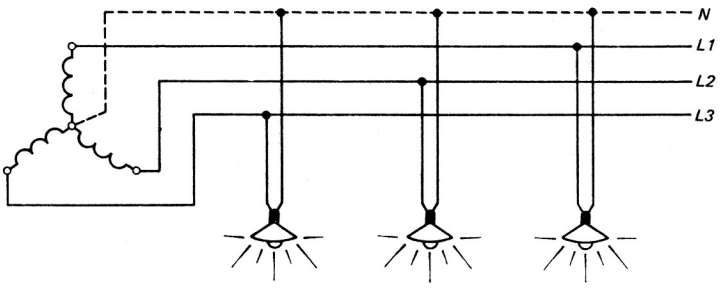
1 Ustanovimo kako su spojene zavojnice primarnog namota trofaznog transformatora na sl. 17-5.

(Na sl. 17-5a su počeci *p* spojeni s krajevima *k* zavojnica, pa imamo spoj trokut. Na sl. 17-5b sva tri su kraja *k* spojena u točku; to je spoj u zvijezdu.)



Slika 17-5

2 Generator kojemu je stator spojen u zvijezdu daje struju pri linijskom naponu 380 V trima jednakim žaruljama s otporom po 120 Ω. Koliki su napon i struja svake žarulje (sl. 17-6)?



Slika 17-6

Žarulje imaju prema nacrtanom spoju fazne napone:

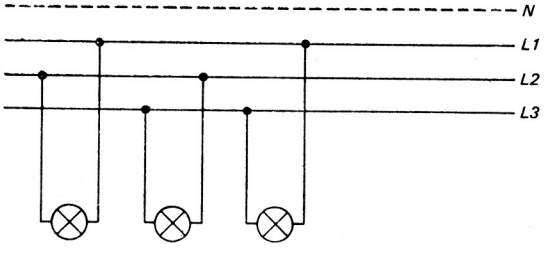
$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380\ \text{V}}{1{,}732} = 220\ \text{V}.$$

Struja žarulje je:

$$I_f = \frac{U_f}{R} = \frac{220\ \text{V}}{120\ \Omega} = 1{,}83\ \text{A}.$$

3 Valja odrediti spoj triju žarulja na sl. 17-7, napon i struju svake žarulje s otporom 120 Ω, ako su priključene na generator.

Spoj žarulja u trokut.



Slika 17-7

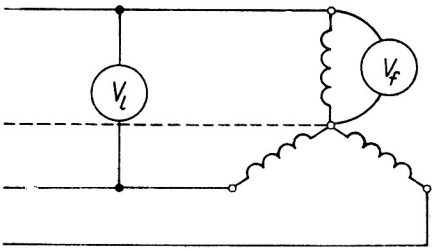
Napon na svakoj žarulji je linijski: $U_l = 380$ V. Struja jedne žarulje iznosi:

$$I_l = \frac{U_l}{R} = \frac{380\text{ V}}{120\ \Omega} = 3{,}16\text{ A}.$$

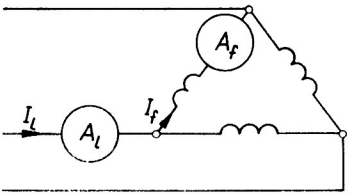
4 Koliko volti pokazuje fazni voltmetar V_f, ako voltmetar V_l pokazuje linijski napon 220 V (sl. 17-8)?

Fazni napon iznosi:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{220\text{ V}}{1{,}73} \approx 127\text{ V}.$$



Slika 17-8



Slika 17-9

5 Koliko ampera će pokazati ampermetar A_f koji je spojen u fazu trošila, ako ampermetar A_l pokazuje linijsku struju $I_l = 20$ A pri spoju u trokut (sl. 17-9)?

$$I_f = \frac{I_l}{\sqrt{3}} = \frac{20\text{ A}}{1{,}73} = 11{,}56\text{ A}.$$

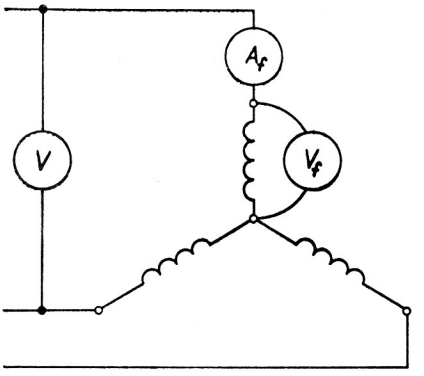
U fazi trošila je struja manja negoli u vodiču pri spoju trošila u trokut.

6 Koliku struju i koliki napon pokazuju mjerni instrumenti u fazi, ako voltmetar V pokazuje 380 V linijskog napona, a otpor faze trošila iznosi 22 Ω (sl. 17-10)?

Voltmetar V_f pokazuje fazni napon:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380\text{ V}}{1{,}73} = 220\text{ V}$$

$$I_f = \frac{U_f}{R} = \frac{220\text{ V}}{22\ \Omega} = 10\text{ A}.$$



Slika 17-10

7 Koliko ampera pokazuje ampermetar A (sl. 17-11) ako je otpor jedne faze trošila 19 Ω s padom napona 380 V, koji pokazuje voltmetar V.

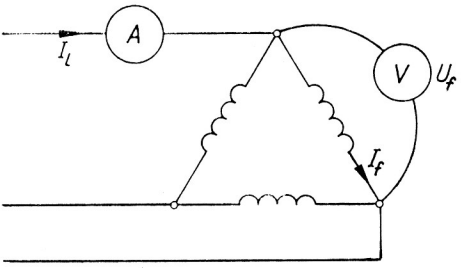
Struja u fazi je:

$$I_f = \frac{U_f}{R} = \frac{U_l}{R} = \frac{380\ \text{V}}{19\ \Omega} = 20\ \text{A}.$$

Linijska struja (izvan trošila) iznosi:

$$I_l = I_f \cdot \sqrt{3} = 20\ \text{A} \cdot 1{,}73 = 34{,}6\ \text{A}.$$

(Faza, tj. strana trokuta na sl. 17-11 može predstavljati namot stroja ili otpor trošila.)



Slika 17-11

8 Asinhroni motor na sl. 17-2 ima namot spojen u zvijezdu, a priključen je na trofaznu struju s linijskim naponom $U_l = 380$ V. Koliki je fazni napon?

Fazni napon djeluje između vodiča (faza) i nul-vodiča, a iznosi:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380\ \text{V}}{\sqrt{3}} = \frac{380\ \text{V}}{1{,}73} = 219{,}4\ \text{V} \approx 220\ \text{V}.$$

9 Asinhroni motor iz primjera 8 priključimo u trokut, tako da stezaljke na priključnoj ploči spojimo prema sl. 17-3. Ampermetar je izmjerio linijsku struju $I_l = 20$ A. Kolika struja teče u namotu (fazi) statora?

$$I_f = \frac{I_l}{\sqrt{3}} = \frac{20\ \text{A}}{\sqrt{3}} = \frac{20\ \text{A}}{1{,}73} = 11{,}56\ \text{A}.$$

Presjek namota može biti manji od presjeka voda pri spoju u trokut.

10 Koliko jaku mrežnu i faznu struju uzima trofazni elektromotor spojen u trokut iz mreže 3×380 V, ako mu je snaga $P = 15$ kW, $\eta = 90\%$, a faktor snage $\cos\varphi = 0{,}8$?

Privedena snaga motora iznosi:

$$P_p = \frac{P}{0{,}9} = 16{,}67\ \text{kW};$$

Pri spoju u trokut snaga iznosi

$$P_\Delta = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

iz čega dobimo struju koju motor uzima iz mreže:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}\, U I \cos\varphi} = \frac{16{,}67 \cdot 10^3}{1{,}73 \cdot 3{,}8 \cdot 10^2 \cdot 8 \cdot 10^{-1}} = \frac{16{,}67 \cdot 10^3}{5{,}26 \cdot 10^2} = 31{,}7\ \text{A}.$$

Faznu struju dobimo prema formuli

$$I_f = \frac{I}{\sqrt{3}}.$$

Nakon uvrštenja odgovarajućih vrijednosti dobimo da je fazna struja

$$I_f = \frac{31{,}7}{1{,}73} = 18{,}32\ \text{A}.$$

Zadaci

1. Trofazni asinhroni motor spojen u zvijezdu priključen je na napon $U_l = 3 \times 380$ V. Koliki je napon između fazne priključnice i zvjezdišta (220 V)?

2. Trofazni generator spojen je u zvijezdu i daje struju $I = 1000$ A pri linijskom naponu $U_l = 6000$ V. Koliki je fazni napon i kolika struja prolazi namotom statora? ($U_f = 3470$ V, $I_l = I_f = 1000$ A.)

18. Izračunavanje snaga trofazne struje

Pravila i formule

Snaga trofazne struje jednaka je trostrukoj snazi jedne faze.

Pri spoju u zvijezdu snaga (djelatna) iznosi:

$$P_Y = 3\ U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3\ U_l \cdot I_l \cdot \cos\varphi,$$

jer je $U_l = \sqrt{3} \cdot U_f$ i $I_f = I_l$.

Pri spoju u trokut snaga iznosi:

$$P_\Delta = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cos\varphi,$$

jer je $U_f = U_l$ i $I_l = \sqrt{3} \cdot I_f$. Linijske veličine U_l i I_l obično pišemo bez indeksa dakle $U\ (= U_l)$ i $I\ (= I_l)$.

Vježbe

1 Kolika je snaga trofaznog asinhronog motora iz slike 17-2 i slike 17-3 pri spoju u zvijezdu i trokut, ako je linijski napon $U_l = 380$ V, a linijska struja $I_l = 20$ A pri $\cos\varphi = 0{,}7$?

Voltmetar i ampermetar mjere linijske veličine (u vodiču), i to efektivne vrijednosti.

Snaga motora iznosi:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi,$$

$$P = \sqrt{3} \cdot 380\ \text{V} \cdot 20\ \text{A} \cdot 0{,}7 = 9203\ \text{W} \approx 9{,}2\ \text{kW}.$$

Pri spoju u zvijezdu fazna struja jednaka je $I_f = I_l = 20$ A, fazni napon $U_f = U_l/\sqrt{3} = 380\ \text{V}/\sqrt{3}$, pa je snaga prema prvoj jednadžbi

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3 \cdot \frac{U_l}{\sqrt{3}} I \cdot \cos\varphi = 3 \cdot \frac{380\ \text{V}}{\sqrt{3}} \cdot 20\ \text{A} \cdot 0{,}7$$

$$P = 3 \cdot \frac{380\ \text{V}}{1{,}73} \cdot 20\ \text{A} \cdot 0{,}7 = 9225\ \text{W} = 9{,}2\ \text{kW}.$$

Pri spoju u trokut fazni je napon jednak linijskom $U_f = U_l$, a fazna struja $I_f = I_l / \sqrt{3} = 20\ \text{A} / \sqrt{3}$, pa je snaga prema drugoj jednadžbi

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3\, U_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos\varphi.$$

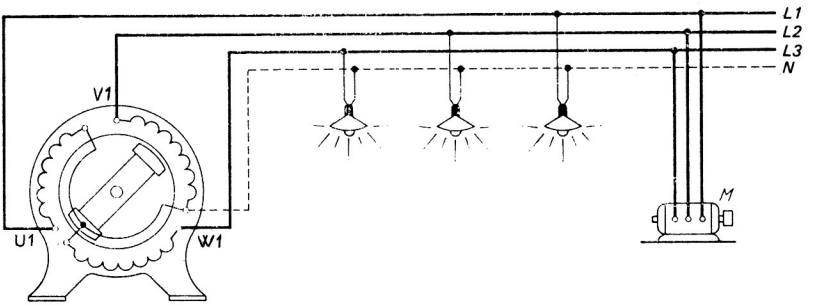
$$P = 3 \cdot 380\ \text{V} \cdot \frac{20\ \text{A}}{1{,}73} \cdot 0{,}7 = 9225\ \text{W} = 9{,}2\ \text{kW}.$$

Rezultati su uvijek jednaki. Koristimo, dakle uvijek za izračunavanje formulu:

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi,$$

gdje su $U = U_l$, $I = I_l$.

2 Na trofaznu mrežu s četiri vodiča priključene su žarulje izmedu faza i nul-vodiča, a na svaku su fazu priključeni motori M prema slici 18-1. Na svaku fazu priključeno je 100 žarulja po 40 W, a na mrežu 10 trofaznih motora po 5 kW. Koliku radnu snagu mora imati generator? Koliku prividnu snagu ima generator pri $\cos\varphi = 0{,}8$ cijele mreže? Kolika je struja u nul-vodiču? Kolika je fazna i linijska struja pri linijskom naponu $U = 380$ V?



Slika 18-1

Ukupna snaga žarulja je:

$$P_ž = 3 \cdot 100 \cdot 40\ \text{W} = 12\,000\ \text{W} = 12\ \text{kW}.$$

Žarulje imaju fazne napone

$$U_f = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380\ \text{V}}{1{,}73} \approx 220\ \text{V}.$$

Ukupna snaga trofaznih motora iznosi:

$$P_m = 10 \cdot 5\ \text{kW} = 50\ \text{kW}.$$

Radna snaga generatora mora biti:

$$P = P_ž + P_m = 12\ \text{kW} + 50\ \text{kW} = 62\ \text{kW}.$$

Prividna snaga generatora je veća

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{62\ \text{kW}}{0{,}8} = 77{,}5\ \text{kVA}.$$

Generator mora dati u mrežu prividnu snagu 77,5 kVA, da bi se dobila radna snaga 62 kW.

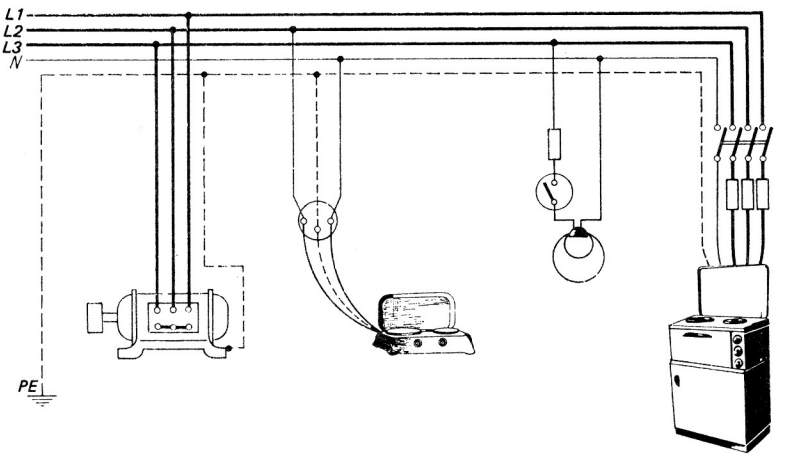
U tom slučaju je opterećenje svih faza jednakomjerno, pa je zato u nul-vodiču u svakom trenutku struja jednaka nuli.

Fazna struja u namotu statora generatora jednaka je linijskoj struji u vodičima ($I_f = I_l = I$), a dobit ćemo je iz jednadžbe za snagu trofazne struje:

$$P = 3 \cdot U \cdot I_l \cdot \cos\varphi$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi} = \frac{62\,000\ \text{W}}{\sqrt{3} \cdot 380\ \text{V} \cdot 0{,}8} = 117{,}8\ \text{A}.$$

3 Na sl. 18-2 je faza *Y* opterećena s kuhalom snage 5000 W, faza *Z* žaruljom 60 W; sve tri faze su opterećene motorom snage 2 kW i $\cos\varphi = 0{,}7$ i električkim štednjakom 3 kW. Kolika je ukupna radna i prividna snaga trošila i kolike su struje u pojedinim fazama vodiča pri linijskom naponu mreže $U = 380$ V?



Slika 18-2

Radna snaga svih trošila je:

$$P = 500\ \text{W} + 60\ \text{W} + 2000\ \text{W} + 3000\ \text{W} = 5{,}56\ \text{kW}.$$

Prividna i jalova (reaktivna) snaga motora iznose:

$$S_m = \frac{P_m}{\cos\varphi} = \frac{2000\ \text{W}}{0{,}7} = 2857\ \text{VA} = 2{,}857\ \text{kVA}$$

$$Q_m = S_m \cdot \sin\varphi = 2{,}857\ \text{kVA} \cdot 0{,}714 = 2{,}04\ \text{kVA}.$$

Prividna snaga svih trošila iznosi:

$$S = \sqrt{P^2 + Q_m^2} = \sqrt{(5{,}56\ \text{kW})^2 + (2{,}04\ \text{kVA})^2} = 5{,}94\ \text{kVA}.$$

Struja kuhala iznosi (faza Y):

$$I_k = \frac{P_k}{U_f} = \frac{P_k}{U/\sqrt{3}} = \frac{500\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 2{,}27\ \text{A}.$$

Struja žarulje (faza Z)

$$I_{\check{z}} = \frac{P_{\check{z}}}{U/\sqrt{3}} = \frac{60\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}27\ \text{A}.$$

Struju štednjaka izračunat ćemo iz jednadžbe za trofaznu struju pri $\cos\varphi = 1$ (samo omsko opterećenje)

$$P_{\check{s}} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

$$I_{\check{s}} = \frac{P_{\check{s}}}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{3000\ \text{W}}{\sqrt{3} \cdot 380\ \text{V}} = 4{,}56\ \text{A}.$$

Prividna struja motora iznosi:

$$I_m = \frac{P_m}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi} = \frac{S_m}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{2857\ \text{VA}}{\sqrt{3} \cdot 380\ \text{V}} = 4{,}34\ \text{A}.$$

Djelatna i jalova komponenta struje motora iznose:

$$I_{mr} = I_m \cdot \cos\varphi = 4{,}34\ \text{A} \cdot 0{,}7 = 3{,}04\ \text{A}$$

$$I_{mj} = I_m \cdot \sin\varphi = 4{,}34\ \text{A} \cdot 0{,}714 = 3{,}1\ \text{A}.$$

U vodu faze X teče struja štednjaka i motora

$$I_x = \sqrt{(I_{\check{s}} + I_{mr})^2 + I_{mj}^2} = \sqrt{(4{,}56\ \text{A} + 3{,}04\ \text{A})^2 + (3{,}1\ \text{A})^2}$$

$$I_x = \sqrt{58\ \text{A}^2 + 9{,}6\ \text{A}^2} = \sqrt{67{,}6\ \text{A}^2} = 8{,}21\ \text{A}.$$

U vodu faze Y teče struja kuhala, štednjaka i motora

$$I_y = \sqrt{(I_k + I_š + I_{mr})^2 + I_{mj}^2} = \sqrt{(9{,}87\ \text{A})^2 + (3{,}1\ \text{A})^2} = 10{,}35\ \text{A}.$$

U vodu faze Z teče struja žarulje, štednjaka i motora

$$I_z = \sqrt{(I_ž + I_š + I_{mr})^2 + I_{mj}^2} = \sqrt{(7{,}87\ \text{A})^2 + (3{,}1\ \text{A})^2} = 8{,}47\ \text{A}.$$

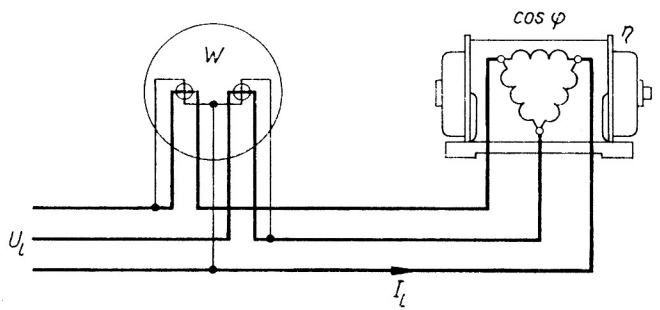
U sl. 18-2 prikazan je nul-vodič N i zaštitni vod Z uzemljenja koji je crtkano naznačen. Pri jednofaznom trošilu zaštitni je vodič spojen s kućištem trošila koje dolazi u dodir s korisnikom trošila. Ako se faza spoji s kućištem neće biti za čovjeka opasna, jer istog časa nastaje kratki spoj pa pregori osigurač ili zaštitna sklopka prekine spoj vodiča s trošilom.

4 Trofazni generator daje pri linijskom naponu $U = 380$ V linijsku struju $I = 100$ A. Kolika je prividna i radna snaga generatora pri simetričnom opterećenju i $\cos \varphi = 0{,}9$?

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 380\ \text{V} \cdot 100\ \text{A} = 65\,740\ \text{VA} = 65{,}74\ \text{kVA}.$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 65{,}74\ \text{kVA} \cdot 0{,}9 \approx 59{,}16\ \text{kW}.$$

Koliku će privedenu snagu motora pokazati trofazni vatmetar priključen u trofaznu mrežu s linijskim naponom $U_l = 380$ V pri linijskoj struji $I_l = 10$ A (u mreži), $\cos \varphi = 0{,}7$ i korisnosti $\eta = 0{,}8$? Kolika je snaga motora (sl. 18-3)?



Slika 18-3

Vatmetar pokazuje privedenu snagu motoru, tj. snagu i gubitke snage u motoru:

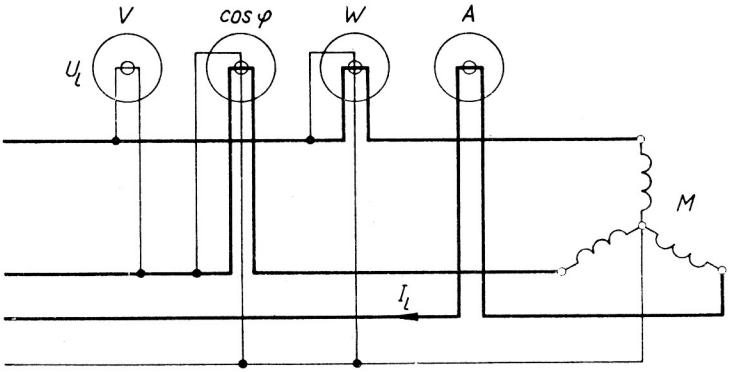
$$P_p = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi = 1{,}73 \cdot 380\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} \cdot 0{,}7$$

$$P_p \approx 4{,}6\ \text{kW}.$$

Privedena snaga P_p bez gubitaka u bakru i željezu motora daje snagu:

$$P = P_p \cdot \eta = 4{,}6\ \text{kW} \cdot 0{,}8 = 3{,}68\ \text{kW}.$$

5 Koliki faktor snage pokazuje fazometar, ako vatmetar pokazuje snagu 28 000 W pri linijskom naponu $U_l = 380$ V i struji $I_l = 53{,}2$ A? Spoj instrumenata na motor M pokazuje sl. 18-4.



Slika 18-4

Radna snaga trošila (motora) je:

$$P_p = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

iz čega je

$$\cos \varphi = \frac{P_p}{\sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l} = \frac{28\,000\ \text{W}}{1{,}73 \cdot 380\ \text{V} \cdot 53{,}2\ \text{A}} \approx 0{,}8.$$

(Vatmetar pokazuje radnu snagu motora, tj. snagu i gubitke u motoru. Snaga motora je $P = \eta \cdot P_p$. Ako bi bila zadana snaga motora, morali bismo najprije izračunati privedenu snagu $P_p = P/\eta$.)

6 Trofazni generator daje struju 50 A pri naponu 400 V i $\cos \varphi = 0{,}7$. Kolikom mehaničkom snagom (u korisnim snagama) treba generator pogoniti pri korisnosti $\eta_g = 0{,}8$ (sl. 18-5)?

Radna električna snaga generatora iznosi:

$$P_G = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400\ \text{V} \cdot 50\ \text{A} \cdot 0{,}7$$

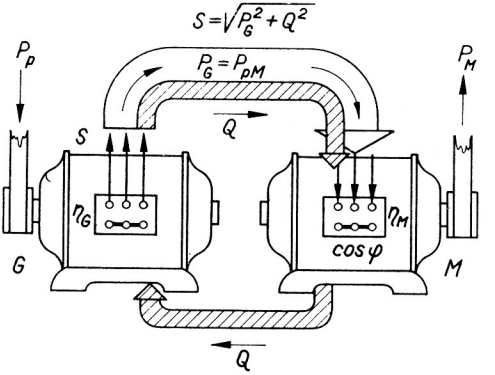
$$P_A = 24\,220\ \text{W} = 24{,}22\ \text{kW}.$$

Generator mora davati prividnu snagu S

$$S = \frac{P_G}{\cos\varphi} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = 34\,600 \text{ VA} = 34{,}6 \text{ kVA}.$$

Privedena mehanička radna snaga generatoru sastoji se od radne snage P_G i gubitaka u generatoru

$$P_p = \frac{P_G}{\eta_G} = \frac{24{,}22 \text{ kW}}{0{,}8} \approx 30{,}3 \text{ kW}.$$



Slika 18-5

(Potrebno je razlikovati korisnost η od faktora snage $\cos\varphi$ i privedenu snagu P_p od prividne snage S. Privedena snaga P_p jednaka je $P_p = P/\eta$, dok je prividna snaga $S = P/\cos\varphi$.

Sl. 18-5 zorno prikazuje kako generator G daje motoru radnu snagu generatora P_G, tj. radnu privedenu snagu motora P_{pM} i jalovu snagu Q za magnetiziranje, koja se ne gubi već se vraća u generator. Radna snaga P_p (mehanička) privedena generatoru jednaka je zbroju radne snage P_G i gubitaka u generatoru. Radna snaga generatora $P_G = P_p \cdot \eta_G$. Prividna snaga generatora S mora se dovesti motoru, jer motor ima $\cos\varphi$. Prividna snaga motora $S = \sqrt{P_G^2 + Q^2} = P_{pM} : \cos\varphi$. Radna snaga motora $P_M = P_{pM} \cdot \eta_M$. Slikovni prikaz bit će nam koristan pri daljnjim primjerima.

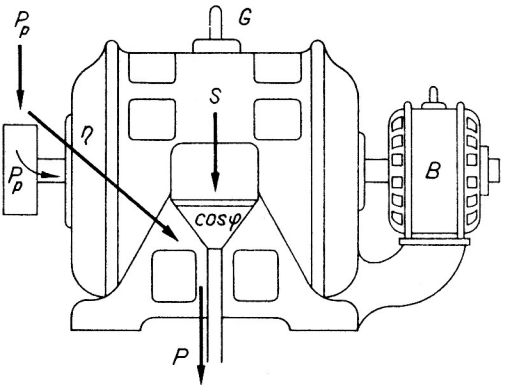
7 Koliku korisnost ima trofazni generator napona $U_l = 5000$ V i struje $I_l = 200$ A pri $\cos\varphi = 0{,}8$, ako je snaga pogonskog motora $P_p = 1472$ kW (sl. 18-6)?

Snaga pogonskog motora je privedena radna snaga generatora P_p.

Snaga trofaznog generatora iznosi:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos\varphi = 1{,}73 \cdot 5000\ \text{V} \cdot 2000\ \text{A} \cdot 0{,}8$$

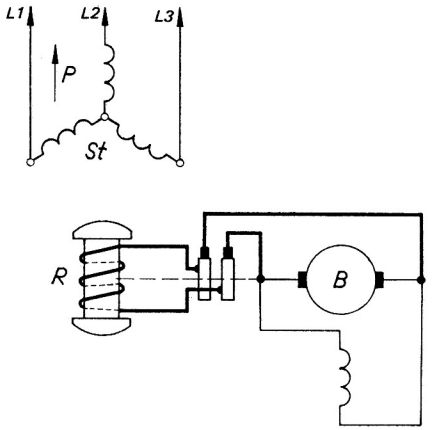
$$P = 1384\,000\ \text{W} = 1384\ \text{kW}.$$



Slika 18-6

Korisnost generatora iznosi:

$$\eta = \frac{P}{P_p} = \frac{1384}{1472} = 0{,}94 = 94\%.$$



Slika 18-7

(Shema na sl. 18-7 pokazuje uzbudnik B (poredni dinamo). On daje struju magnetima rotora R koji inducira prividnu snagu S u statoru S_t, iz kojega ćemo dobiti snagu P.)

8 Koliku struju uzima trofazni transformator na strani visokog napona s efektivnom vrijednosti $U_l = 22\,000$ V i snagom 100 kVA, ako ne uzimamo u obzir gubitke (korisnost η) pri $\cos\varphi = 1$?

Prividna snaga transformatora iznosi:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l = 1{,}73 \cdot 22\,000\ \text{V} \cdot I_l$$

$$S = 100\,000\ \text{VA} = 1{,}73 \cdot 22\,000\ \text{V} \cdot I_l.$$

Iz toga slijedi da je struja (prividna)

$$I_l = \frac{100\,000\ \text{VA}}{1{,}73 \cdot 22\,000\ \text{V}} = 2{,}63\ \text{A}.$$

9 Koliku struju uzima trofazni asinhroni motor snage 29,44 kW pri naponu 380 V, ako je faktor snage $\cos\varphi = 0{,}80$, a korisnost $\eta = 0{,}90$?

Snaga motora u vatima iznosi:

$$P = 29\,440\ \text{W}$$

Privedena snaga motora, tj. snaga koju mreža daje motoru:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{29\,440\ \text{W}}{0{,}9} = 32\,711\ \text{W}.$$

Struja motora izračunata iz prividne snage je:

$$S = \frac{P_p}{\cos\varphi} = \frac{32\,711\ \text{W}}{0{,}80} = 40\,888\ \text{VA}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l$$

$$I_l = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_l} = \frac{40\,888\ \text{VA}}{1{,}73 \cdot 380\ \text{V}} = 62\ \text{A}.$$

10 Trofazni asinhroni motor s kliznim kolutovima ima na označnoj pločici ove podatke: $P = 11{,}04$ kW, $U = 380/220$ V, $\cos\varphi = 0{,}8$ i $\eta = 85\%$ te spoj Y. Kolika je radna, prividna i jalova privedena snaga? Kolika je ukupna struja, radna i jalova struja u vodičima (sl. 18-8)?

Mehanička snaga motora:

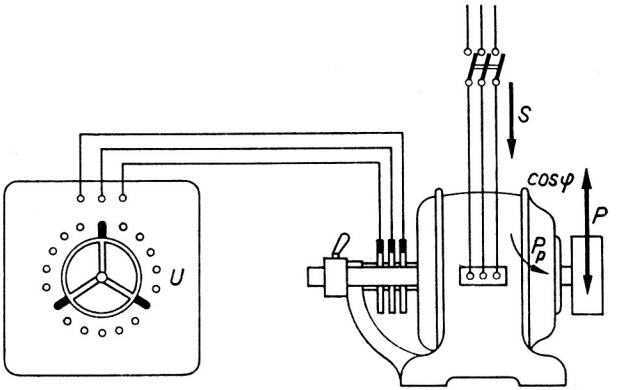
$$P = 11{,}04\ \text{kW}.$$

S obzirom na gubitke, trebamo za tu snagu električnu radnu privedenu snagu:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{11{,}04\ \text{kW}}{0{,}85} \approx 13\ \text{kW}.$$

Prividna snaga S bit će još veća, jer sadržava još komponentu jalove snage Q (vidi crtež na sl. 18-5)

$$S = \frac{P_p}{\cos \varphi} = \frac{13\,\text{kW}}{0{,}8} = 16{,}25\,\text{kVA}.$$



Slika 18-8

Radna privedena snaga P_p, prividna snaga S i jalova (magnetizirajuća) privedena snaga Q čine trokut privedenih snaga

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 16{,}25\,\text{kVA} \cdot 0{,}6 = 9{,}75\,\text{kVA}.$$

Struja u vodičima (prividna), tj. linijska struja

$$I_l = \frac{P_p}{\sqrt{3} \cdot U_l \cdot \cos \varphi} = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_l} = \frac{16\,250\,\text{VA}}{1{,}73 \cdot 380\,\text{V}}$$

$$I_l = 24{,}7\,\text{A}.$$

Radna struja u vodičima (linijska)

$$I_{lr} = I_l \cdot \cos \varphi = 24{,}7\,\text{A} \cdot 0{,}8 = 19{,}76\,\text{A}.$$

Jalova (magnetizirajuća) struja u vodičima iznosi:

$$I_{lj} = I_l \cdot \sin \varphi = 24{,}7\,\text{A} \cdot 0{,}6 = 14{,}82\,\text{A}.$$

Struje I_l, I_{lr}, I_{lj} čine trokut struja. Pri spoju u zvijezdu struje u fazama su jednake strujama u vodovima (pri simetričnom, tj. jednakom opterećenju svih faza). Pri spoju u zvijezdu ima jedna faza (namot) napon 220 V, dok između voda djeluje linijski napon 380 V.

11 Izračunajmo struju u namotu trofaznog elektromotora, ako je namot spojen u trokut i ako je snaga motora $P=4268{,}8\ \text{W}$ pri korisnosti $\eta=90\%$ i faktoru snage $\cos\varphi=0{,}8$, uz linijski napon mreže 380 V!

Struju saznajemo iz prividne privedene snage motora:

$$S=\frac{P_p}{\cos\varphi}=\frac{P}{\eta\cdot\cos\varphi}=\frac{4268{,}8\ \text{W}}{0{,}9\cdot 0{,}8}=\frac{4268{,}8\ \text{W}}{0{,}72}$$

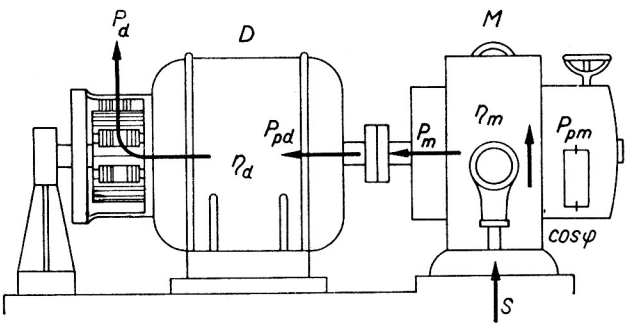
$$S=5923\ \text{VA}=\sqrt{3}\cdot U_l\cdot I_l$$

$$I_l=\frac{S}{\sqrt{3}\cdot U_l}=\frac{5923\ \text{VA}}{1{,}73\cdot 380\ \text{V}}=9{,}02\ \text{A}.$$

Pri spoju u trokut namotom motora teče fazna struja I_f, koja je manja od struje u dovodima (vodičima).

$$I_f=\frac{I_l}{\sqrt{3}}=\frac{9{,}02\ \text{A}}{1{,}73}\approx 5{,}2\ \text{A}.$$

12 Dinamo za elektrolizu ima napon stezaljki $U=6$ V, struju $I=3000$ A a u sklopu s pogonskim trofaznim motorom tvori motorgenerator. Korisnost dinama je $\eta_d=70\%$, korisnost motora $\eta_m=90\%$, a njegov faktor snage $\cos\varphi=0{,}8$. Treba izračunati snagu, privedenu snagu i prividnu privedenu snagu motora!



Slika 18-9

Izračunavanje će nam olakšati sl. 18-9 i 18-5. Snaga dinama iznosi:

$$P_d=U\cdot I=6\ \text{V}\cdot 3000\ \text{A}=18\,000\ \text{W}.$$

Privedena snaga dinama jednaka je snazi pogonskog motora, koja sadržava i gubitke snage u dinamu

$$P_{pd}=P_m=\frac{P_d}{\eta_d}=\frac{18\,000\ \text{W}}{0{,}7}=25\,714\ \text{W}.$$

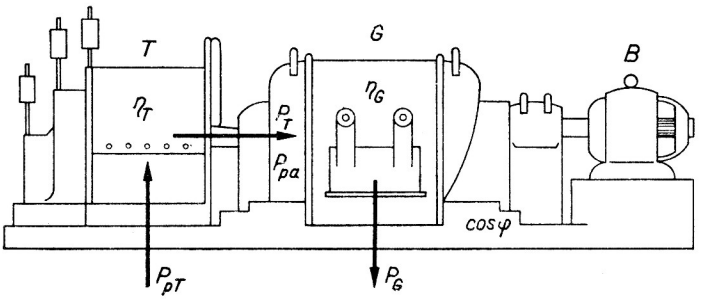
Radna privedena snaga motora iznosi:

$$P_{pm}=\frac{P_m}{\eta_m}=\frac{25\,714\text{ W}}{0{,}9}=28\,571\text{ W}=28{,}57\text{ kW}.$$

Prividna snaga motora iznosi:

$$S=\frac{P_{pm}}{\cos\varphi}=\frac{28{,}571\text{ kW}}{0{,}8}=35{,}71\text{ kVA}.$$

13 Parna turbina s korisnošću $\eta_t=30\%$ pogoni generator s korisnošću $\eta_G=92\%$ i $\cos\varphi=0{,}9$. Koliku privedenu snagu u kilovatima mora imati turbina da bi generator davao struju 2000 A pri naponu $U_l=6000$ V? (Prije izračunavanja pogledajmo sl. 18-10 i 18-5.)



Slika 18-10

Snaga generatora iznosi:

$$P_G=\sqrt{3}\cdot U_l\cdot I_l\cdot\cos\varphi=1{,}73\cdot 6000\text{ V}\cdot 2000\text{ A}\cdot 0{,}9$$

$$P_G=18\,684\text{ kW}.$$

Privedena snaga generatora jednaka je snazi turbine:

$$P_{pG}=P_T=\frac{P_G}{\eta_G}=\frac{18\,684\text{ kW}}{0{,}92}=20\,308\text{ kW}.$$

Privedena snaga turbine je:

$$P_{pT}=\frac{P_T}{\eta_T}=\frac{20\,308\text{ kW}}{0{,}3}=67\,693\text{ kW}.$$

Privedenu snagu turbine u kilovatima izrazit ćemo pomoću odnosa među jedinicama u džulima u sekundi (1 W = 1 J/s)

$$P_{pT} = 67\,693\,\text{kJ/s}.$$

Turbini treba dovoditi toplinsku energiju 67 693 kJ u svakoj sekundi, da bi generator dao struju 2000 A pri naponu stezaljki 6000 V. Pri ogrevnoj moći ugljena 20 000 kJ/kg potrebno je oko 3,38 kg ugljena svake sekunde, ako zanemarujemo gubitke u kotlu.

14 Treba izračunati presjek vodiča 22 m dugog spojnog voda za trofazni motor snage 3,68 kW i napona od 220 V, ako je spojen u Δ, $\cos\varphi = 0{,}8$, $\eta = 0{,}85$, uz dopušteni pad napona $U = 5\%$.

Privedena snaga motora je:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{3{,}68\,\text{kW}}{0{,}85} = 4{,}43\,\text{kW}.$$

Vodičima spojnog voda teče prividna struja (linijska i fazna)

$$I = \frac{P_p}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\varphi} = \frac{4430\,\text{W}}{\sqrt{3} \cdot 220\,\text{V} \cdot 0{,}8} = 14{,}57\,\text{A}.$$

Dopušteni pad napona u jednom je vodiču 5% : 2 = 2,5%, tj. $\Delta U/2 = 220\,\text{V} \cdot 2{,}5\% = 5{,}5\,\text{V}$. Dopušteni pad napona u oba vodiča je 5%, tj. $\Delta U = 11\,\text{V}$.

Jedan vodič može imati otpor:

$$R = \frac{\Delta U/2}{I} = \frac{5{,}5\,\text{V}}{14{,}57\,\text{A}} = 0{,}377\,\Omega.$$

Presjek vodiča spojnog voda iznosi:

$$S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{l}{R} = \frac{1}{57\ \frac{\text{mm}^2\,\Omega}{\text{m}}} \cdot \frac{22\,\text{m}}{0{,}377\,\Omega} \approx 1\,\text{mm}^2.$$

Zadaci

1. Trofazni motor ima ove podatke na označnoj pločici: $U = 3 \times 380\,\text{V}$, $I = 30\,\text{A}$, $\cos\varphi = 0{,}8$ i $\eta = 0{,}85$. Kolika je njegova snaga (15,8 kW)?

2. Električka trofazna peć, koja je spojena u trokut, uzima pri faznom naponu $U_f = 220\,\text{V}$ struju $I = 15\,\text{A}$. Kolika je privedena snaga peći i koliku električku energiju troši u toku 4-satnog pogona ($P_p = 9{,}9\,\text{kW}$; 39,6 kWh)?

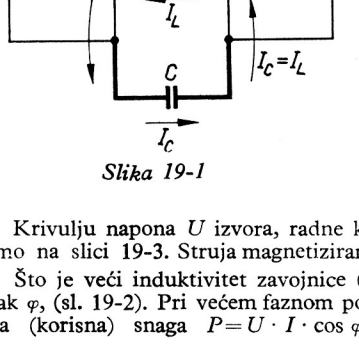
POBOLJŠANJE FAKTORA SNAGE COS φ

19. Izračunavanje poboljšanja faktora snage cos φ jednofazne mreže

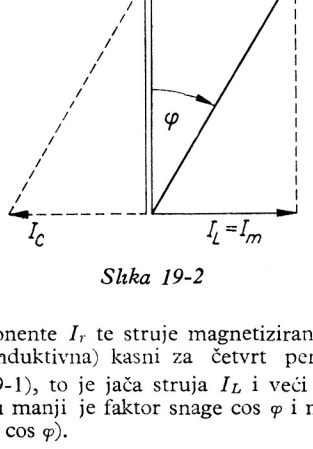
Pravila i formule

Svako trošilo koje posjeduje induktivni otpor (prigušnica, transformator, motor) i koje zahtijeva struju magnetiziranja uzrokuje fazni pomak u mreži između napona izvora i ukupne struje mreže. Fazni pomak nastaje i pri pretežno kapacitivnom opterećenju (kabel).

Tanko nacrtanim strujnim krugom na sl. 19-1 teče ukupna struja I s faznim pomakom φ (sl. 19-2). Struja I sadržava radnu komponentu I_r i jalovu komponentu (magnetizirajuću) I_L. Između komponenata struja I_r i I_L postoji fazni pomak 90°.



Slika 19-1



Slika 19-2

Krivulju napona U izvora, radne komponente I_r te struje magnetiziranja I_L vidimo na slici 19-3. Struja magnetiziranja (induktivna) kasni za četvrt periode.

Što je veći induktivitet zavojnice (sl. 19-1), to je jača struja I_L i veći fazni pomak φ, (sl. 19-2). Pri većem faznom pomaku manji je faktor snage cos φ i manja radna (korisna) snaga $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi$).

Pri istoj prividnoj snazi ($S = U \cdot I$), koju, na primjer, generator daje mreži, bit će radna snaga P manja pri većem pomaku φ tj. pri manjem faktoru snage $\cos \varphi$.

Pri konstantnoj snazi generatora ($U \cdot I$), konstatnoj impedanciji mreže (Z), ali pri povećanju induktivnog otpora, bit će $\cos \varphi$ i radna snaga mreže manji. Presjek vodiča i izolacije namota moraju biti dimenzionirani na ukupnu struju I, dok je djelatna struja $I_r = I \cdot \cos \varphi$ koju dobivamo iz mreže manja.

Zato je zadatak elektrotehničara (energetičara) da *fazni pomak smanje ili da ga čak smanje na nulu (kompenziraju).*

Jednostavni način smanjenja pomaka, tj. poboljšanja faktora snage cos φ, je taj, da paralelno na induktivni otpor (sl. 19-1) priključimo kondenzator (kapacitet). Na spomenutoj slici taj strujni krug kondenzatora prikazan je debljom linijom. Smjer kapacitivne struje I_C obrnut je od smjera struje magnetiziranja zavojnice $I_L - I_m$. Pri dobro odabranom kapacitetu C, bit će $I_C = I_L$, tj. dolazi do rezonancije u krugu, a krug će se ponašati kao da nije niti induktivan niti kapacitivan otpor, tj. kao da je u krugu samo omski otpor. Pri tom je prividna snaga S jednaka radnoj snazi P.

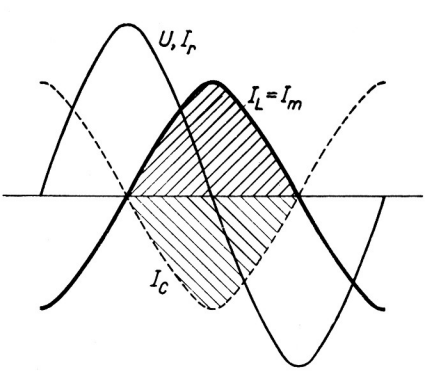
$$S = P$$

$$U \cdot I = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I_r, \text{ iz čega izlazi da je}$$

$$I = I_r \text{ i } \cos \varphi = 1.$$

Kada su struje jednake $I_L = I_C$, odnosno kada su jednaki otpori $X_L = X_C = \omega \cdot L = 1/\omega \cdot C$, bit će $\cos \varphi = 1$, a *fazni pomak kompenziran.*

Dijagram na slici 19-2 pokazuje kako ćemo pridodavanjem struje I_C u ukupnoj struji I dobiti rezultantnu struju I_r bez faznog pomaka. Slikovito govoreći: kapacitivna struja I_C poništava struju magnetiziranja I_L, jer struje djeluju suprotno jedna drugoj (npr. u zavojnici djeluje ulijevo, a u kondenzatoru udesno — sl. 19-1, 19-2 i 19-3). S obzirom na manji krug, zavojnica je spojena s kondenzatorom serijski, a struje I_C i I_L teku jedna iza druge. Kondenzator, koji se izmjenično nabija i izbija, daje u stvari zavojnici struju magnetiziranja $I_m = I_L = I_C$, koju ne treba uzimati iz mreže. Kondenzator je kao akumulator izmjenične struje magnetiziranja zavojnice i nadomješta mrežu pri davanju struje magnetiziranja, čime se smanjuje, odnosno odstranjuje fazni pomak.



Slika 19-3

Na dijagramu sl. 19-3 šrafirana ploha označuje potrebnu količinu elektrike magnetiziranja poluperiode koju daje kondenzator zavojnici.

Pri paralelnom spoju kondenzatora sa mrežom ili s motorima smanjuje se ukupna struja I na radnu komponentu I_r (sl. 13-2). I *serijskim spajanjem kondenzatora i zavojnice te izvora* postižemo kompenzaciju faznog pomaka (vidi poglavlje »rezonantni električki krugovi«). Serijski spoj pri kompenzaciji ipak ne koristimo zbog toga što su potrebni veći kondenzatori negoli pri paralelnom spoju, pa to uzrokuje veću struju u krugu, viši napon na trošilima, veće naprezanje izolacije i veći gubitak energije.

Vježbe 2 i 5 koje slijede izabrane su iz prakse izračunavanja veličine kapaciteta kondenzatora. U stvarnosti se kondenzatori ne naručuju na bazi njihova kapaciteta, već na osnovi potrebne jalove snage.

Za kompenzaciju jalove snage postrojenja izmjerimo U, I i radnu snagu P vatmetrom. Iz toga slijedi faktor snage postrojenja

$$\cos \varphi_1 = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I}$$

koji želimo poboljšati na faktor snage $\cos \varphi_2 > \cos \varphi_1$.

Odgovarajuće su jalove snage prema trokutu snaga (sl. 16-3) $Q_1 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$ i $Q_2 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_2$. Kondenzator mora dati razliku jalovih snaga

$$Q = Q_1 - Q_2 = P (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

(Formulu koristimo u vježbi 6.)

Vježbe

1 **Jednofazni generator male elektrane proizvodi prividnu snagu od 330 kVA pri naponu 220 V. Koliku struju može generator dati u mrežu? Koliku korisnu snagu daje generator pri čisto omskom opterećenju i pri omskom i induktivnom opterećenju, ako je $\cos \varphi = 0{,}8$ i $\cos \varphi = 0{,}5$?**

a) U prvom slučaju generator može dati ovu maksimalnu struju:

$$I = \frac{S}{U} = \frac{330\,000\ \text{VA}}{220\ \text{V}} = 1500\ \text{A}.$$

Korisna snaga generatora pri omskom opterećenju (kuhala, žarulje), kada nema faznog pomaka između U i I, tj. pri $\cos \varphi = 1$ iznosi:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 220\ \text{V} \cdot 1500\ \text{A} \cdot 1$$

$$P = 330\ \text{kW}.$$

Pri $\cos \varphi = 1$ se koristi sva prividna snaga S generatora kao korisna snaga P, tj. $S = P$.

b) U drugom slučaju, pri omsko-induktivnom opterećenju, tj. impedancijskom opterećenju (žarulje, transformatori, motori), dolazi do faznog pomaka i struja

I sadržava pored radne komponente također i struju magnetiziranja (sl. 19-2). Pri cos $\varphi = 0{,}8$ bit će radna struja i radna snaga:

$$I_r = I \cdot \cos \varphi = 1500 \text{ A} \cdot 0{,}8 = 1200 \text{ A}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 1500 \text{ A} \cdot 0{,}8$$

$$P = 220 \cdot 1200 = 264 \text{ kW}.$$

Generator bi mogao dati najveću korisnu snagu $P = S = 330$ kW, ali zbog faznog pomaka dat će samo 254 kW korisne snage (za žarulje i motore) pri cos $\varphi = 0{,}8$.

Pri cos $\varphi = 0{,}8$ nije generator opterećen punom snagom (330 kW), ali vodičima i namotima teče struja $I = 1500$ A i zagrijava ih. Mehaničku snagu generatora ne smijemo povećati, jer bi struja porasla na opasnu vrijednost iznad 1500 A, za koju nisu namoti dimenzionirani.

c) U trećem slučaju pri cos $\varphi = 0{,}5$ povećali smo induktivno opterećenje još više na račun omskog opterećenja.

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \text{ V} \cdot 1500 \text{ A} \cdot 0{,}5 = 165 \text{ kW}.$$

Pri cos $\varphi = 0{,}5$ generator je korišten samo sa 50%. Struja ima opet vrijednost $I = 1500$ A, od koje se za rad koristi samo

$$I_r = I \cdot \cos \varphi = 1500 \text{ A} \cdot 0{,}5 = 750 \text{ A},$$

a za magnetiziranje

$$I_m = I \cdot \sin \varphi = 1500 \text{ A} \cdot 0{,}866 = 1299 \text{ A}.$$

(Tu struju treba kompenzirati paralelnim priključenjem kondenzatora na mrežu, tj. na generator ili trošila, da bi generator umjesto 165 kW dao 330 kW.)

2 Jednofazni motor za usisavač prašine ima snagu 240 W, napon 220 V, struju $I = 1{,}95$ A i korisnost $\eta = 80\%$. Valja odrediti faktor snage motora cos φ, jalovu struju motora i veličinu kondenzatora, koji će poboljšati cos φ na 1.

Privedena snaga elektromotora je:

$$P_p = \frac{P}{0{,}8} = \frac{240 \text{ W}}{0{,}8} = 300 \text{ W}.$$

Prividna snaga iznosi:

$$S = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot 1{,}95 \text{ A} = 429 \text{ VA}.$$

Faktor snage motora je:

$$\cos \varphi = \frac{P_p}{S} = \frac{300 \text{ W}}{429 \text{ VA}} \approx 0{,}7.$$

Jalova struja (struja magnetiziranja) bit će:

$$I_j = I \cdot \sin \varphi = 1{,}95 \text{ A} \cdot 0{,}71 = 1{,}385 \text{ A}.$$

Da bi bio cos $\varphi = 1$, mora struja kondenzatora biti jednaka struji magnetiziranja, tj.

$$I_c = I_j$$

$$I_c = \frac{U}{\frac{I}{\omega C}} = U \cdot \omega \cdot C = I_j.$$

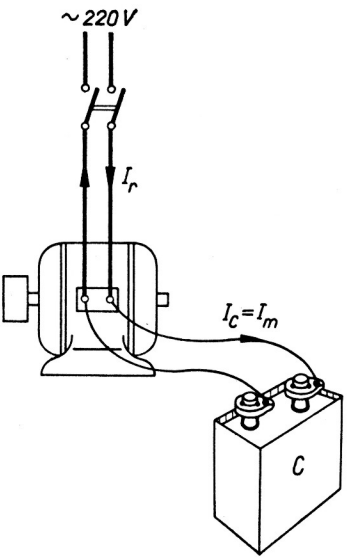
Iz toga slijedi da je vrijednost kapaciteta kondenzatora pri $f = 50$ Hz

$$C = \frac{I_j}{U \cdot \omega} = \frac{1{,}385 \text{ A}}{220 \text{ V} \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = \frac{1385 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{69{,}08}$$

$$C \approx 20 \, \mu\text{F}.$$

Pri paralelnom spoju kondenzatora 20 μF na motor, njegov će faktor snage cos φ biti 1, a motorom, kao i iz mreže, teći će isključivo radna struja $I_r = 1{,}365$ A.

3 Jednofazni asinhroni motor stroja za pranje rublja, predviđen za napon 220 V i frekvenciju $f = 50$ Hz, ima snagu 350 W, korisnost $\eta = 0{,}8$ i cos $\varphi = 0{,}7$. Koliki kondenzator treba da priključimo na stezaljke motora (sl. 19-4), da faktor snage cos φ bude 1?



Slika 19-4

Privedena snaga motora iznosi:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{350\,\text{W}}{0{,}8} = 437\,\text{W}$$

$$P_p = U \cdot I \cdot \cos\varphi.$$

Iz toga dobivamo, da je ukupna struja koju motor uzima iz mreže:

$$I = \frac{P_p}{U \cdot \cos\varphi} = \frac{437\,\text{W}}{220\,\text{V} \cdot 0{,}7} = 2{,}84\,\text{A}.$$

Kondenzator mora uzimati i davati motoru kapacitivnu struju koja je jednaka struji magnetiziranja

$$I_c = I_j = I \cdot \sin\varphi = 2{,}84\,\text{A} \cdot 0{,}71 = 2{,}016\,\text{A}.$$

Vrijednost kapaciteta kondenzatora je:

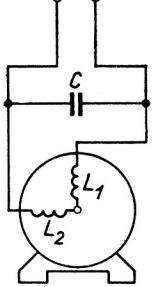
$$C = \frac{I_j}{U \cdot \omega} = \frac{2{,}016\,\text{A}}{220\,\text{V} \cdot 2\pi \cdot 50\,\text{Hz}} = \frac{2{,}016 \cdot 10^{-3}\,\text{F}}{69{,}08}$$

$$C = 29{,}2 \approx 30\,\mu\text{F}.$$

Nakon priključenja kondenzatora kapaciteta 30 μF na stezaljke motora do motora dolazi samo radna struja I_r, zbog toga što struju magnetiziranja daje kondenzator $I_r = I \cdot \cos\varphi = 2{,}84\,\text{A} \cdot 0{,}7 = 1{,}988\,\text{A}$.

4 Koliki kondenzator moramo priključiti na stezaljke jednofaznog motora snage 736 W, predviđenog za napon 220 V,

$f = 50\,\text{Hz}$, $\cos\varphi = 0{,}8$ i $\eta = 75\%$, da bi $\cos\varphi$ bio 1? (sl. 19-5).



Slika 19-5

Radna privedena snaga motora iznosi:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{736\,\text{W}}{0{,}75} = 981\,\text{W}.$$

Ukupna struja, koja teče iz mreže spojnim vodičima do motora je

$$I = \frac{P_p}{U \cdot \cos\varphi} = \frac{981\,\text{W}}{220\,\text{V} \cdot 0{,}8} = 5{,}58\,\text{A}.$$

Struja magnetiziranja, odnosno kapacitivna struja iznosi:

$$I_m = I_c = I \cdot \sin\varphi = 5{,}58\,\text{A} \cdot 0{,}6 = 3{,}35\,\text{A}$$

$$I_c = \frac{U}{1/\omega \cdot C} = U \cdot \omega \cdot C.$$

Kapacitet kondenzatora je:

$$C = \frac{I_c}{U \cdot \omega} = \frac{3{,}35\,\text{A}}{220\,\text{V} \cdot 2\pi \cdot 50\,\text{Hz}} = \frac{33{,}5 \cdot 10^{-6}\,\text{F}}{0{,}6908} \approx 48{,}5\,\mu\text{F}$$

$$C \approx 49\,\mu\text{F}.$$

Nakon priključka kondenzatora kapaciteta 49 μF, bit će faktor snage $\cos\varphi = 1$, a struja će opasti sa 5,58 A na vrijednost prijašnje (prije kompenzacije) radne struje

$$I_r = I \cdot \cos\varphi = 5{,}58\,\text{A} \cdot 0{,}8 = 4{,}46\,\text{A}.$$

Pri tom je snaga motora jednaka kao i pri $\cos\varphi = 0{,}8$.

5 Imamo asinhroni jednofazni motor snage $P = 2$ kW, $U = 220$ V, $f = 50$ Hz, $\eta = 80\%$ i $\cos\varphi = 0{,}6$. Koliko veliki blok kondenzatora moramo paralelno priključiti na motor, da bi se faktor snage poboljšao na $\cos\varphi_1 = 0{,}95$?

Privedena snaga motora je:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{2000\,\text{W}}{0{,}8} = 2500\,\text{W}.$$

Ukupnu struju I koju treba motor pri $\cos\varphi = 0{,}6$ izračunat ćemo iz prividne snage:

$$S = U \cdot I = \frac{P_p}{\cos\varphi}$$

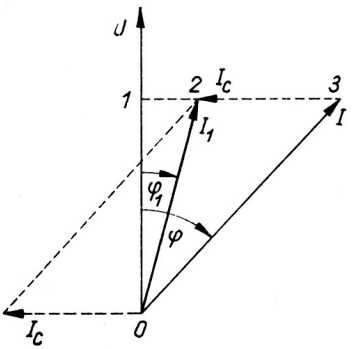
$$I = \frac{P_p}{U \cdot \cos\varphi} = \frac{2500\,\text{W}}{220\,\text{V} \cdot 0{,}6} = 18{,}9\,\text{A}.$$

Potrebnu kapacitivnu struju I_c izračunat ćemo pomoću sheme na sl. 19-1 i dijagrama na sl. 19-2. Shema nadomješta induktivni namot motora koji je paralelno spojen s kondenzatorom. Dijagram na sl. 19-2 se pretvara u dijagram na sl. 19-6, gdje će stvarna struja I imati nakon spajanja kondenzatora manji pomak φ_1, a vrijednost smanjenu na I_1.

Ukupna struja I_1 pri poboljšanom faktoru snage bit će:

$$I_1 = \frac{P_p}{U \cdot \cos \varphi_1} = \frac{2500 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 0{,}95} = 11{,}96 \text{ A}.$$

Na dijagramu, sl. 19-6, dužina $\overline{1\,3}$ je jalova struja (induktivna I_L) i okomita je na vektor napona U. Dužina $\overline{0\,1}$ je radna struja motora.



Slika 19-6

Fazni pomak φ smanjit ćemo na φ_1, ako kompenziramo struju magnetiziranja (induktivnu struju), označenu dužinom $\overline{1\,3}$, pomoću kapacitivne struje $I_C = \overline{2\,3}$. Preostaje razlika:

$$I_L - I_C = \overline{1\,3} - \overline{1\,2}, \text{ gdje je}$$

$$I_C = I \cdot \sin \varphi - I_1 \cdot \sin \varphi_1.$$

U tablicama trigonometrijskih funkcija naći ćemo za $\cos \varphi = 0{,}6$ i $\cos \varphi_1 = 0{,}95$ pripadajuće sinuse.

$$I_C = 18{,}9 \text{ A} \cdot 0{,}80 - 11{,}96 \text{ A} \cdot 0{,}31 = 15{,}12 \text{ A} - 3{,}70 \text{ A} = 11{,}42 \text{ A}.$$

Kondenzatori moraju davati motoru struju magnetiziranja $I_m = I_C = 11{,}42$ A, iz koje ćemo izračunati vrijednost kapaciteta blok kondenzatora

$$I_C = \frac{U}{1/\omega \cdot C} = U \cdot \omega \cdot C$$

$$C = \frac{I_C}{U \cdot 2\pi \cdot f} = \frac{11{,}42 \text{ A}}{220 \text{ V} \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz}} = \frac{11\,420 \cdot 10^{-6} \text{ F}}{69{,}08} \approx 165 \ \mu\text{F}.$$

Nakon priključenja blok kondenzatora vrijednosti 165 μF na motor, poboljšava se faktor snage na vrijednost cos $\varphi_1 = 0{,}95$. U tom slučaju uzima motor još struju magnetiziranja I_1 sin $\varphi_1 = 3{,}70$ A. Radna struja za pogon motora je pri oba faktora snage ista.

$$I_r = I \cdot \cos \varphi = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 11{,}35 \text{ A}.$$

6 S nekoliko mjerenja smo utvrdili prosječnu radnu privedenu snagu postrojenja, odnosno tvornice $P = 500$ kW i faktor snage cos $\varphi_1 = 0{,}6$, koji želimo poboljšati na 0,9. Za koliko jalovu snagu treba naručiti kompenzacijski kondenzator?

Jalova snaga pri φ_1 (sl. 16-3) je

$$Q_1 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_1.$$

U trigonometrijskim tablicama odgovara cos $\varphi_1 = 0{,}6$, tg $\varphi_1 = 1{,}327$. Jalova snaga, koju uzimlje postrojenje, odnosno tvornica iz elektrane, bez kompenzacije, iznosi:

$$Q_1 = 500 \text{ kW} \cdot 1{,}327 = 663{,}5 \text{ kVA}.$$

Nakon kompenzacije, pri poboljšanom faktoru snage cos $\varphi_2 = 0{,}9$, postrojenje, odnosno tvornica uzimat će manju jalovu snagu:

$$Q_2 = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Poboljšanom faktoru snage cos $\varphi_2 = 0{,}9$ odgovara tg $\varphi_2 = 0{,}484$

$$Q_2 = 500 \text{ kW} \cdot 0{,}484 = 242 \text{ kVA}.$$

Kondenzator mora dati razliku jalovih snaga

$$Q = Q_1 - Q_2 = 663{,}5 \text{ kVA} - 242 \text{ kVA} = 421{,}5 \text{ kVA}.$$

Za tu jalovu snagu treba naručiti kondenzator.

Kapacitet kondenzatora izračunat ćemo iz formule $Q = I_J \cdot U = U \cdot U / X_C = U^2 : 1/\omega \cdot C = U^2 \cdot \omega \cdot C$;

$$C = Q/(\omega \cdot U^2) = P\,(\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) : (\omega \cdot U^2).$$

Zadatak

Koliku jalovu (magnetizirajuću) snagu kompenzira kondenzator kapaciteta $C = 40$ μF pri $U = 380$ V, 50 Hz? ($X_C = ?$ i $I_C = ?$, $Q = U \cdot I_C = 1{,}824$ kVA).

20. Izračunavanje poboljšanja faktora snage cos φ trofazne mreže

Pravila i formule

Pri izračunavanju kapaciteta kondenzatora za poboljšanje faktora snage koristit ćemo isti postupak kao u poglavlju 19. Pri izračunavanju kompenzacije jalove snage izračunat ćemo faktor snage pomoću formule

$$P=\sqrt{3}\cdot U\cdot I_1\cos\varphi$$

$$\cos\varphi=\frac{P}{\sqrt{3}\cdot U_l\cdot I_l}.$$

Izračunavanje kapaciteta kondenzatora za jalovu snagu provodimo prema načinu opisanom u vježbi 6, poglavlje 19, ili prema postupku u daljnjim vježbama 1, 2 i 3.

Vježbe

1 Trofazni asinhroni motor ima na označnoj pločici ove podatke: $P=40$ kW, $U=380$ V, $I=105$ A, $\eta=0{,}85$ i $f=50$ Hz. Spojen je u zvijezdu. Podatak cos φ valja izračunati! Na koju vrijednost padne struja, kada faktor snage poboljšamo kondenzatorom na cos $\varphi=1$? Koliki kapacitet moraju imati kondenzatori? Koliku jalovu snagu kompenziraju kondenzatori (sl. 20-1)?

Privedena snaga motora iznosi:

$$P_p=\frac{P}{\eta}=\frac{40\,000\text{ W}}{0{,}85}\approx 47\,000\text{ W}$$

$$\cos\varphi=\frac{P_p}{S}=\frac{P_p}{\sqrt{3}\cdot U\cdot I}=\frac{47\,000\text{ W}}{\sqrt{3}\cdot 380\text{ V}\cdot 105\text{ A}}$$

$$\cos\varphi\approx 0{,}69.$$

Nakon poboljšanja faktora snage na cos $\varphi=1$, bit će $P_p=S\cdot\cos\varphi=\sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot 1$, a struja će pasti na vrijednost:

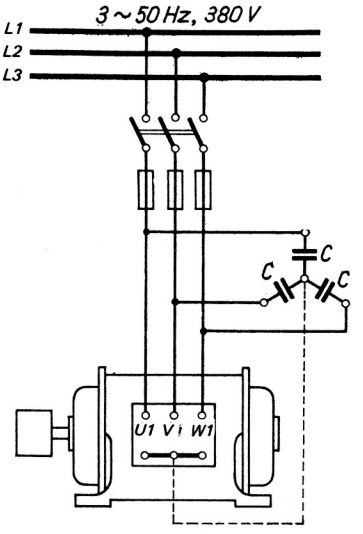
$$I_1=\frac{P_p}{\sqrt{3}\cdot U}=\frac{47\,000\text{ W}}{1{,}73\cdot 380\text{ V}}\approx 71{,}5\text{ A}.$$

Struja I_1 pri cos $\varphi=1$ istodobno je radna struja pri cos $\varphi=0{,}69$.
Napon jednog kondenzatora iznosi:

$$U_f=\frac{U}{\sqrt{3}}=\frac{380\text{ V}}{\sqrt{3}}\approx 220\text{ V}.$$

Struja magnetiziranja jedne faze jednaka je linijskoj struji magnetiziranja

$$I_m=I\cdot\sin\varphi=105\text{ A}\cdot 0{,}76=79{,}8\text{ A}.$$



Slika 20-1

Kapacitivni otpor kondenzatora, koji mora davati fazi struju magnetiziranja I_m, iznosi:

$$X_C=\frac{U_f}{I_m}=\frac{1}{2\pi\cdot f\cdot C}.$$

Iz toga je kapacitet jednog kondenzatora

$$C=\frac{I_C}{U_f\cdot 2\pi\cdot f}=\frac{79{,}8\text{ A}}{220\text{ V}\cdot 3{,}14\cdot 100\text{ Hz}}=\frac{79\,800}{22\cdot 3{,}14}\cdot 10^{-6}\text{ F}$$

$$C=1155{,}4\,\mu\text{F}.$$

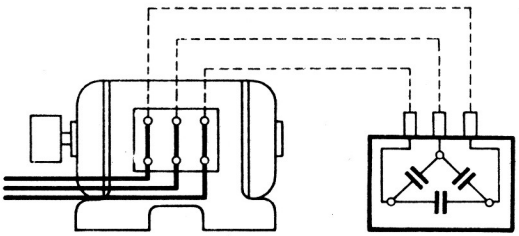
Trofazni motor mora imati kondenzator ukupnog kapaciteta $C = 3 \cdot 1156{,}4 \approx 3469\,\mu F$, da bi se kompenzirao loš faktor snage od $\cos\varphi = 0{,}69$ na $\cos\varphi = 1$, a struja u mreži pala od 105 A na 71,5 A.

Ukupna jalova snaga kompenzirana kondenzatorima iznosi:

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_m = 3 \cdot 220\ \text{V} \cdot 79{,}8\ \text{A} \approx 52\,668 = 52{,}67\ \text{kVA}.$$

To je jalova snaga, koju daje kondenzator namotu motora da bi motor uzimao samo radnu snagu $P_p = 47$ kW, umjesto prividne snage $S = \sqrt{3} \cdot U_S \cdot I_S = 69{,}5$ kVA.

[Snage S, P_p i Q tvore pravokutni trokut snage za koji vrijedi: $S^2 = P_p^2 + Q^2 = (47\ \text{kW})^2 + (52{,}67\ \text{kVA})^2 = (69{,}5\ \text{kVA})^2$].



Slika 20-2

Na sl. 20-2 je nacrtana blok kondenzatora spojen u trokut i priključen na stezaljke trofaznog motora koji ima također namot spojen u trokut. Takvo spajanje kondenzatora je bolje od spoja na sl. 20-1. (Vidi završetak iduće vježbe 2.)

2 Malena elektrana daje u trofaznu mrežu struju $I = 250$ A pri linijskom naponu $U = 380$ V i faktoru snage potrošača mreže $\cos\varphi = 0{,}8$. Faktor snage kompenziramo kondenzatorima, koje ćemo spojiti u trokut prema shemi na sl. 20-3. Valja izračunati kapacitet kondenzatora i kompenziranu jalovu snagu.

$$S = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l = 1{,}73 \cdot 380\ \text{V} \cdot 250\ \text{A}$$

$$S = 164\,300\ \text{VA} = 164{,}3\ \text{kVA}.$$

Od toga se koristi radna snaga pri $\cos\varphi = 0{,}8$

$$P_p = \sqrt{3}\, U_l \cdot I_l \cdot \cos\varphi = S \cdot \cos\varphi \approx 164\,300\ \text{VA} \cdot 0{,}8$$

$$P_p = 131\,500\ \text{W} = 131{,}5\ \text{kW}.$$

Kompenzirana jalova snaga pri $\cos\varphi = 0{,}8$ iznosi:

$$Q = S \cdot \sin\varphi \approx 164\,300\ \text{VA} \cdot 0{,}6$$

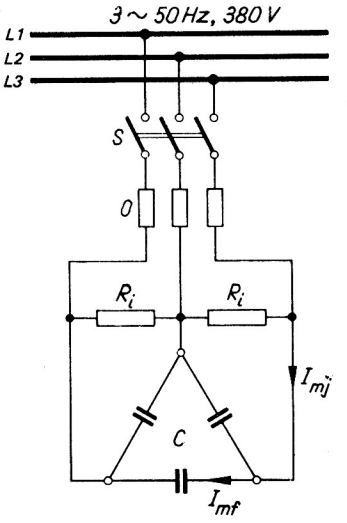
$$Q = 98\,580\ \text{VA} \approx 98{,}6\ \text{kVA}.$$

Iz ovoga je ukupna struja magnetiziranja (sl. 20-3):

$$I_m = I \cdot \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}\,U} \approx 150 \text{ A}.$$

Struja magnetiziranja faze (kondenzatorska):

$$I_{mf} = \frac{Q}{\sqrt{3} \cdot U_l} = \frac{98\,580 \text{ VA}}{3 \cdot 380 \text{ V}} = 86{,}5 \text{ A}.$$



Slika 20-3

Struju kondenzatora možemo izračunati također iz struje magnetiziranja (jalove struje) u vodičima:

$$I_{mj} = I \cdot \sin \varphi = 250 \text{ A} \cdot 0{,}6 = 150 \text{ A}$$

$$I_C = I_{mj} = \frac{I_{mj}}{\sqrt{3}} = \frac{150 \text{ A}}{1{,}73} \approx 86{,}7 \text{ A}.$$

Pri spoju u trokut svaka skupina kondenzatora ima napon 380 V, a faznu struju $I_{mf} = 86{,}7$ A.

$$I = I_{mf} = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{1/\omega \cdot C} = U \cdot \omega \cdot C.$$

$$C = \frac{I_C}{U \cdot 2\pi \cdot f} = \frac{86{,}7 \text{ A}}{380 \text{ V} \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz}} = 726 \text{ } \mu\text{F}.$$

Skupina od tri bloka kondenzatora ima ukupni kapacitet:

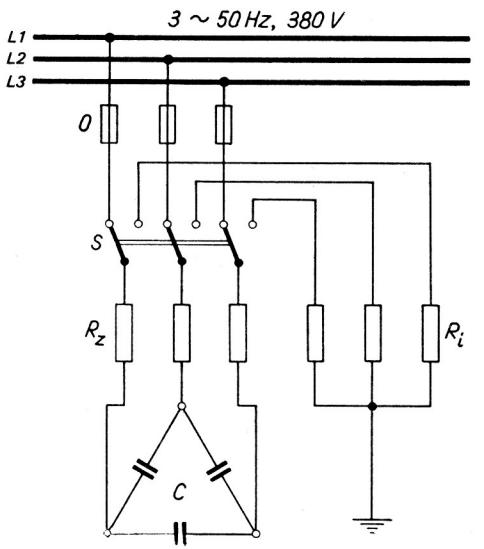
$$C_C = 3 \cdot 726\ \mu\text{F} \approx 2178\ \mu\text{F}.$$

Priključeni kondenzatori tako omogućuju da se ukupna snaga elektrane $S = 164{,}3$ kVA koristi kao radna snaga. Bez kondenzatora se koristi za rad samo korisna snaga 131,5 kW pri $\cos\varphi = 0{,}8$.

Kompenzirana jalova snaga je $Q = 3 \cdot U \cdot I_C = 3 \cdot \omega \cdot C \cdot U^2$ i raste kvadratom napona. Pri zadanoj jalovoj snazi potreban je kapacitet a time i cijena kondenzatora niža pri višem naponu. Napon U i struja I_C su fazne vrijednosti.

Kada iskopčamo kondenzatore sklopkom S od mreže, oni će se polako preko otpornika R_i izbiti.

3 Koliku jalovu snagu i struju magnetiziranja kompenziraju 3 kondenzatora po 1000 μF, koji su spojeni u trokut i priključeni na napon 3×380 V, $f = 50$ Hz (sl. 20-4)?



Slika 20-4

Kapacitivna struja koja magnetizira fazu a dolazi iz kondenzatora umjesto iz mreže jest:

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{1/\omega \cdot C} = U \cdot 2\pi \cdot f \cdot C$$

$$I_C = 380\ \text{V} \cdot 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 1000 \cdot 10^{-6}\ \text{F}$$

$$I_C = 119{,}3\ \text{A}.$$

Kompenzirana jalova snaga iznosi:

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_C = 3 \cdot 380\ \text{V} \cdot 119{,}3\ \text{A} = 136\ \text{kVA}.$$

Na primjer pri faktoru snage mreže $\cos \varphi = 0{,}8$ mogu kondenzatori u jednoj fazi dati struju magnetiziranja $I_C = 119{,}3$ A, to odgovara prividnoj struji mreže;

$$I = \sqrt{3}\frac{I_C}{\sin \varphi} = \sqrt{3}\,\frac{119{,}3\ \text{A}}{0{,}6} \approx 344\ \text{A}.$$

(I_C je fazna struja magnetiziranja, a manja je od linijske struje magnetiziranja.)

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = 1{,}73 \cdot 380\ \text{V} \cdot 344\ \text{A} = 226\ \text{kVA}.$$

Ukupna prividna snaga data mrežom bit će radna snaga (ukupna snaga će pokretati motore) ako se na mrežu priključe zadani kondenzatori koji daju snagu magnetiziranja pri $\cos \varphi = 0{,}8$.

Bez kondenzatora (bez kompenzacije) pri $\cos \varphi = 0{,}8$ koristi se od prividne snage $S = 226$ kVA samo radna snaga

$$P = S \cdot \cos \varphi = 226\ \text{kVA} \cdot 0{,}8 = 180{,}8\ \text{kW}.$$

Pri čisto omskom opterećenju ($\cos \varphi = 1$) nisu potrebni kondenzatori, pa je $P = S$.

Pri $\cos \varphi$ lošijem od 0,8 (pri većem induktivnom opterećenju) koristi se još manja radna snaga od 180,8 kW.

(Na sl. 20-4, R_t su otpori preko kojih se kondenzatori izbijaju, a R_z su zaštitni otpornici.)

Zadaci

Koliku jalovu snagu kompenziraju tri kondenzatora po $C = 10\ \mu\text{F}$, koji su spojeni u zvijezdu na linijski napon 3×380 V? ($U_C = ?$ X_C i I_C jednog kondenzatora $= ?$, $P_j = 3 \cdot U_f \cdot I_C = 455{,}4$ kVA.

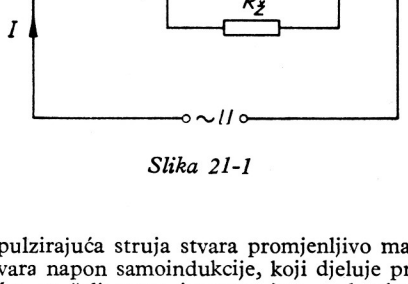
Jednaki rezultat je pri spoju u trokut na napon 3×220 V.

PRORAČUN PRIGUŠNICE

21. Prigušnica sa željeznom jezgrom bez zračnog raspora

Pravila i formule

Prigušnica je zavojnica bez ili sa željeznom jezgrom. Prigušnica guši strujne udarce (npr. reaktor), odjeljuje nisku frekvenciju od visoke (npr. u telefoniji i radio-tehnici), u filtrima pretvara višu frekvenciju u nižu, podržava živin luk, ekonomično snizuje napon itd.

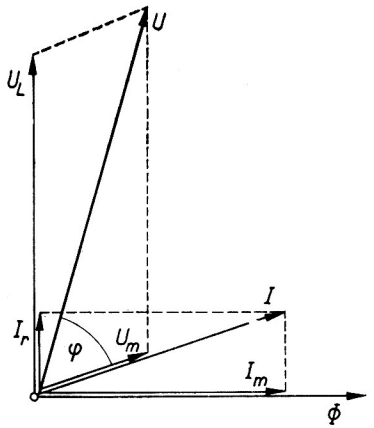


Slika 21-1

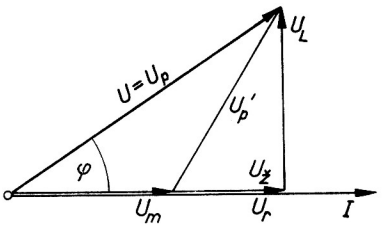
Izmjenična ili pulzirajuća struja stvara promjenljivo magnetsko polje, koje u vlastitim zavojima stvara napon samoindukcije, koji djeluje protivno od napona izvora struje. Prigušnica sa željeznom jezgrom ima nadomjesnu shemu prema sl. 21-1. Induktivitet prigušnice L je serijski spojen s omskim otporom R_z zavoja zavojnice. Gubitke u željezu zbog vrtložnih struja prikazujemo otporom $R_ž$ koji je paralelno spojen s induktivitetom L zavojnice.

Vektorski dijagram, na sl. 21-2, pokazuje struju prigušnice I, sastavljenu od radne komponente I_r, koja uzrokuje toplinu i od komponente magnetiziranja I_m. Struja magnetiziranja I_m stvara promjenljivi magnetski tok Φ, koji inducira napon samoindukcije prigušnice U_L. Taj napon djeluje suprotno naponu mreže (izvoru) U, na koji je prigušnica priključena. Napon na stezaljkama prigušnice U sastavljen je od napona samoindukcije U_L i pada napona U_m na omskom otporu zavojnice R_z.

Fazni pomak φ je između U i I, a on je to bliži 90° što je veći induktivitet L i što su manji gubici u željezu i što je manji otpor zavojnice R_z (pad napona U_m).



Slika 21-2



Slika 21-3

Iz dijagrama na sl. 21-2 izdvojit ćemo pojednostavnjeni dijagram na sl. 21-3. Pad napona na omskom otporu zavojnice U_m i pad napona od gubitaka u željezu $U_ž$ (brojevi daju pad napona U_r koji je u fazi sa strujom I. Pad napona U_r i napona samoindukcije U_L su katete pravokutnog trokuta, kojega je hipotenuza jednaka padu napona na stezaljkama prigušnice U_p, odnosno naponu izvora U. Dijagram se koristi za proračunavanje prigušnica, odnosno u shemama kao predelement za snižavanje napona.

Već izvedena formula za induktivitet L zavojnice sa željeznom jezgrom, tj za prigušnicu glasi:

$$L = \mu_r \cdot \mu_o \frac{N^2}{l} S$$

gdje je $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m magnetska konstanta.

Induktivni otpor (reaktancija) prigušnice je:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L.$$

Ukupni otpor (impedancija) prigušnice iznosi:

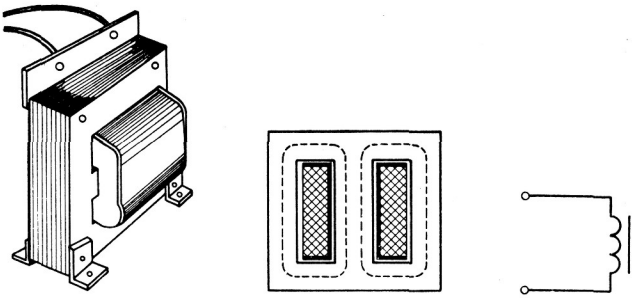
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}.$$

Prigušnica snizi napon za vrijednost

$$I \cdot Z = \sqrt{(I \cdot R)^2 + (I \cdot X_L)^2} = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = U_t = U.$$

Vježbe

1 Prigušnica ima 1000 zavoja, presjek jezgre načinjene iz željeznih limova $S = 2 \times 3\ \text{cm}^2$, a dužina srednje silnice u željezu iznosi $l = 20\ \text{cm}$ (sl. 21-4). Valja izračunati induktivitet L i induktivni otpor pri $f = 50\ \text{Hz}$!



Slika 21-4

Relativna permeabilnost μ_r zavisi o vrsti limova (željeza) i zasićenju B, tj. od amperzavoja $I \cdot N$. Iz krivulje magnetiziranja za izračunatu jakost polja $H = I \cdot N/l$ naći ćemo zasićenje B za određeni lim (sl. 2-2), a iz druge krivulje za određeni B naći ćemo odgovarajuću relativnu permeabilnost μ_r. Takav bi bio postupak ispravnog računanja.

Mi ćemo odrediti permeabilnost $\mu_r \approx 2000$.

Induktivitet iznosi:

$$L = \mu_r \cdot \mu_o \frac{N^2}{l} S = 2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \frac{1000^2}{0{,}2\ \text{m}} 6 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 7{,}55\ \text{H}.$$

Induktivni otpor prigušnice pri $f = 50\ \text{Hz}$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 7{,}5\ \text{H}$$

$$X_L = 314 \cdot 7{,}5\ \Omega = 2355\ \Omega.$$

Na sl. 21-4 su prikazani cjeloviti uvid na prigušnicu, crtež zavojnice s jezgrom i shema prigušnice s jezgrom.

2 Koliki napon snizi prigušnica prema prijašnjem primjeru 1, ako propušta struju od 0,2 A pri omskom otporu zavojnice $R = 10\ \Omega$?

Ukupni otpor (impedancija) prigušnice je:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{10^2 + 2355^2}\ \Omega = 2355\ \Omega.$$

(Na omski otpor ne trebamo računati s obzirom na induktivni otpor $Z \approx X_L$, pa prvi član pod korijenom zanemarujemo.)

Sniženje napona, tj. napon prigušnice pri struji 0,2 A iznosi:

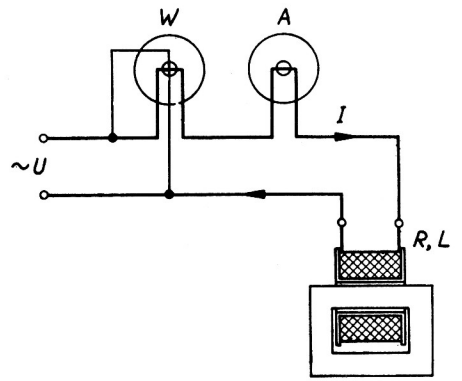
$$U_t = I \cdot Z = 0{,}2\ \text{A} \cdot 2355\ \Omega = 471\ \text{V}.$$

Jalova snaga prigušnice je:

$$Q \approx U_t \cdot I = 471\ \text{V} \cdot 0{,}2\ \text{A} = 94{,}2\ \text{VA}.$$

Snaga je na prigušnici jalova zbog toga što je omski otpor R zanemariv prema induktivnom otporu X_L. U tom slučaju se snaga ne gubi, tj. ne pretvara se u toplinu, već u magnetsku snagu, koja se vraća u mrežu!

3 Prigušnica je priključena na izvor izmjeničnog napona $U = 220$ V, $f = 50$ Hz preko ampermetra koji pokazuje 10 A, te preko vatmetra koji pokazuje 560 W. Valja izračunati radni i prividni otpor prigušnice, pad napona na otporu zavoja $R = 2\ \Omega$, pad napona na prigušnici i njen faktor snage (sl. 21-5)!



Slika 21-5

Prividna snaga prigušnice je:

$$S = U \cdot I = 220\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} = 2200\ \text{VA}.$$

Iz radne snage izračunamo faktor snage prigušnice:

$$P = S \cdot \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{560\ \text{W}}{2200\ \text{VA}} = 0{,}25.$$

Radni otpor prigušnice:

$$R_r = \frac{P}{I^2} = \frac{560\ \text{W}}{100\ \text{A}^2} = 5{,}6\ \Omega.$$

Radni otpor sadržava otpor namota $R=2\ \Omega$, a višak otpora $R_r-R=3{,}6\ \Omega$ nadomješta otpor u željezu protiv vrtložnih struja koje uzrokuju gubitke.

Prividni otpor prigušnice iznosi:

$$Z=\frac{U}{I}=\frac{220\ \text{V}}{10\ \text{A}}=22\ \Omega.$$

Pad napona na omskom otporu namota (u bakru, sl. 19-3) je:

$$U_m=I\cdot R=10\ \text{A}\cdot 2\ \Omega=20\ \text{V}.$$

Pad napona na prigušnici U_p', koji je sastavljen iz napona samoindukcije U_L i pada napona uzrokovanog vrtložnim strujama u željezu (sl. 21-3) iznosi:

$$U_p'=\sqrt{U^2+U_m^2-2\,U\cdot U_m\cdot\cos\varphi}=$$

$$=\sqrt{(220\ \text{V})^2+(20\ \text{V})^2-2\cdot 220\ \text{V}\cdot 20\ \text{V}\cdot 0{,}25}$$

$$U_p'=\sqrt{48\,400\ \text{V}^2+400\ \text{V}^2-2200\ \text{V}^2}\approx 216\ \text{V}.$$

(Induktivni otpor prigušnice je:

$$X_L=\sqrt{Z^2-R_r^2}=\sqrt{(22\ \Omega)^2-(5{,}6\ \Omega)^2}=\sqrt{484-31{,}36\ \Omega}$$

$$X_L\approx 20{,}5\ \Omega.$$

Iz toga slijedi induktivitet prigušnice:

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{20{,}5\ \Omega}{2\pi f}=\frac{20{,}5\ \Omega}{314/\text{s}}=0{,}065\ \text{H}=65\ \text{mH}.$$

4 Valja računom ustanoviti, što znači, ako na prigušnici pišu ovi podaci: 200 W, 2A i $L=0{,}16\ \text{H}=160\ \text{mH}$.

Pri prolazu izmjenične struje ($f=50$ Hz) prigušnica će imati induktivni otpor:

$$X_L=\omega\cdot L=2\pi\cdot f\cdot L=314\ \text{s}^{-1}\cdot 0{,}16\ \text{H}\approx 50\ \Omega.$$

Induktivni otpor možemo, grubo, smatrati impedancijom prigušnice, a otpor namota R_n radnim; taj je veoma malen u odnosu prema induktivnom otporu ($X\approx Z$).

Ako prigušnicom teče struja 2A, na stezaljkama prigušnice bit će pad napona:

$$U_p=I\cdot X_L=I\cdot Z=2\ \text{A}\cdot 50\ \Omega=100\ \text{V}.$$

Prigušnica snizuje napon od 100 V svojim induktivnim otporom. Prigušnica treba 200 W=200 VA jalove snage, dok bi omski otpor 50 Ω trebao snagu 220 W za proizvodnju topline.

Osim toga, omski otpor intenzivno grije, dok prigušnica stalno preobrazuje električku energiju u magnetsku, i obrnuto, pri čemu se praktički ne zagrijava.

Smanjena snaga = sniženi napon × struja:

$$200\ \text{VA}=100\ \text{V}\cdot 2\text{A}.$$

5 Na paralelno spojenu prigušnicu i kondenzator periodički priključujemo izvor izmjenične struje istog napona 24 V, ali različite frekvencije $f_1 = 450$ Hz i $f_2 = 1000$ Hz.

Prigušnica ima induktivitet $L = 20$ mH i $R = 0{,}5\ \Omega$, a kondenzator je kapaciteta 4 μF. Kakve struje teku prigušnicom i kondenzatorom (sl. 21-6)?

Prigušnica ima napon $U = 24$ V, a za različite dvije frekvencije ima različite impedancije

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f_1 L)^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{(0{,}5\ \Omega)^2 + (2\pi \cdot 450\ \text{Hz} \cdot 0{,}02\ \text{H})^2} = \sqrt{0{,}25 + 3194{,}5}\ \Omega$$

$$Z_1 \approx 56{,}5\ \Omega.$$

Omski otpor možemo zanemariti pri frekvenciji 1000 Hz

$$Z_2 = X_{L_2} = 2\pi \cdot 1000\ \text{Hz} \cdot 0{,}02\ \text{H} = 125{,}6\ \Omega.$$

Struja koja teče prigušnicom pri frekvenciji $f_1 = 450$ Hz iznosi:

$$I_{L1} = \frac{U}{Z_1} = \frac{24\ \text{V}}{56{,}5\ \Omega} = 0{,}425\ \text{A}.$$

Struja u prigušnici pri $f_2 = 1000$ Hz je:

$$I_{L2} = \frac{24\ \text{V}}{125{,}6\ \Omega} \approx 0{,}191\ \text{A}.$$

Struje koje prolaze kondenzatorom pri f_1 i f_2 jesu:

$$I_{C_1} = \frac{U}{1/\omega \cdot C} = U \cdot \omega_1 C = 24\ \text{V} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 450\ \text{Hz} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F}$$

$$I_{C_1} = 0{,}271\ \text{A}$$

$$I_{C_2} = U \cdot \omega_2 \cdot C = U \cdot 2\pi \cdot f_2 \cdot C = 24\ \text{V} \cdot 2\pi \cdot 1000\ \text{Hz} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F}$$

$$I_{C_2} = 0{,}602\ \text{A}.$$

(Prigušnica lakše propušta nižu frekvenciju f_1, a kondenzator propušta više struje uz višu frekvenciju f_2. Što je viša frekvencija struje pri jednakom naponu, to veći otpor predstavlja prigušnica, i to manju struju propušta. Prigušnica »guši« struju.)

6 Žarulju 120 V/10 W za noćnu rasvjetu trebamo priključiti na rasvjetnu mrežu napona 220 V. Koliki napon moramo sniziti prigušnicom?

Koliki induktivni otpor i induktivitet mora imati prigušnica (sl. 21-7)?

Struja žarulje i prigušnice iznosi:

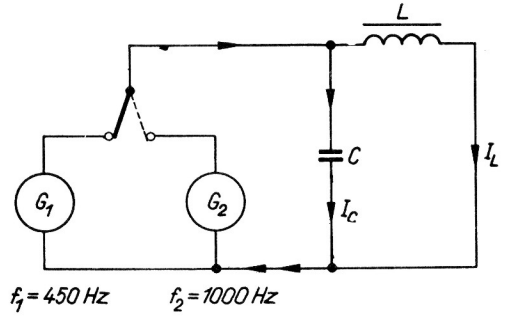
$$I = \frac{P_ž}{U_ž} = \frac{10\ \text{W}}{120\ \text{V}} = 0{,}083\ \text{A}.$$

Prigušnicu kao predotpor smatrat ćemo, zbog jednostavnosti, samo kao induktivni otpor, bez omskog otpora i gubitaka u željezu. Prema II Kirchhoffovom zakonu vrijedi da je napon stezaljki izvora U jednak vektorskom zbroju padova napona na žarulji i prigušnici (vidi dijagram na sl. 21-7)

$$U^2 = U_ž^2 + U_p^2$$

$$U_p = \sqrt{U^2 - U_ž^2} = \sqrt{(220\ \text{V})^2 - (120\ \text{V})^2} = \sqrt{48\,400 - 14\,400\ \text{V}}$$

$$U_p = 185\ \text{V}.$$



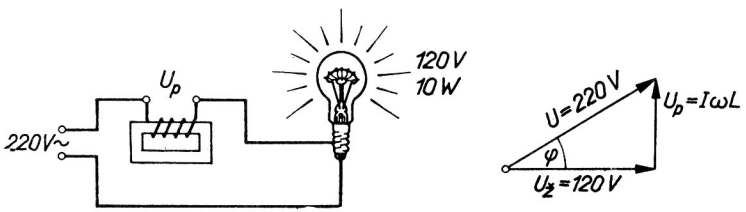
Slika 21-6

Induktivni otpor i induktivitet izračunat ćemo iz jednadžbe:

$$U_p = I \cdot X = I \cdot \omega \cdot L$$

$$X_L = \omega L = \frac{U_p}{I} = \frac{185\ \text{V}}{0{,}083\ \text{A}} = 2230\ \Omega.$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{2230\ \Omega}{314/\text{s}} = 7{,}1\ \text{H}.$$

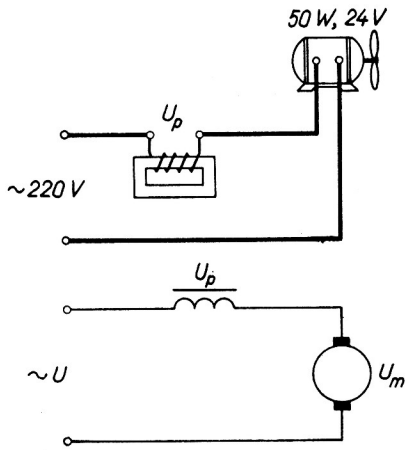


Slika 21-7

Iz induktiviteta L možemo izračunati izmjere prigušnice, kako je to navedeno u vježbi 8.

Napon možemo sniziti i transformatorom ili otporom. Predotpor snizuje napon neekonomično, zagrijava se i zahtijeva toliku snagu i električku energiju kao i žarulja. Izgubljena snaga na omskom predotporniku bila bi $P_R = I \cdot U_R = 0{,}083\ \text{A} \cdot 100\ \text{V} = 8{,}3\ \text{W}$.

7 Komutatorski istosmjerni električki motor za napon 24 V i 50 W treba prilagoditi izmjeničnom naponu 220 V za pogon ventilatora. Prigušnica neka bude otpornik za sniženje napona. Valja izračunati napon prigušnice, njen induktivni otpor i induktivitet (sl. 21-8)!



Slika 21-8

Napon koji snizuje prigušnica iznosi:

$$U_p = \sqrt{U^2 - U_m^2} = \sqrt{(220\ \text{V})^2 - (24\ \text{V})^2} = \sqrt{48\,400 - 576\ \text{V}}$$

$$U_p = 219\ \text{V}.$$

Omski otpor bi morao sniziti samo $220 - 24 = 196$ V, jer je pad napona na omskom otporu u fazi s naponom stezaljki motora.

Struja motora iznosi:

$$I = \frac{50\ \text{W}}{24\ \text{V}} = 2{,}08\ \text{A}.$$

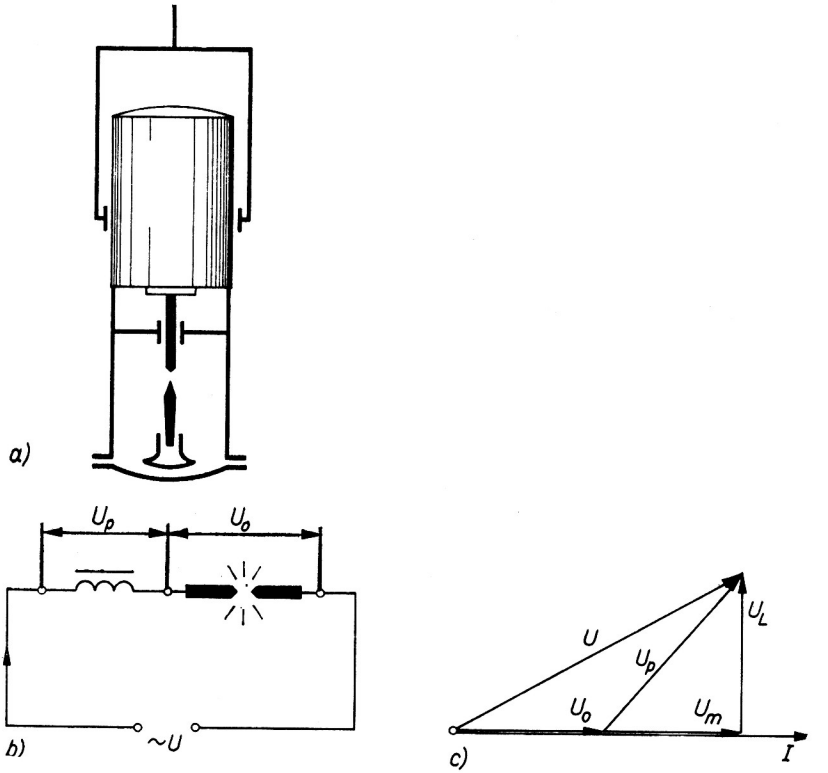
Induktivni otpor i induktivitet prigušnice iznose:

$$X_L = \omega \cdot L = \frac{U_p}{I} = \frac{219\ \text{V}}{2{,}08\ \text{A}} = 105\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{105\ \Omega}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz}} = \frac{105\ \text{H}}{314} = 0{,}335\ \text{H} = 335\ \text{mH}.$$

Na omskom predotporniku $R = 196\ \text{V}/2{,}08\ \text{A} = 94{,}2\ \Omega$ gubila bi se snaga $R \cdot I^2 = 94{,}2\ \Omega \cdot (2{,}08\ \Omega)^2$ ili $U \cdot I = 196\ \text{V} \cdot 2{,}08\ \text{A} \approx 408\ \text{W}$, dok bi motor trebao samo 50 W. Predspojena prigušnica ne zahtijeva praktički nikakvu snagu.

8 Valja izraditi prigušnicu sa željeznom jezgrom za lučnu svjetiljku 45 V, 10 A, koju treba priključiti na napon mreže 220 V ($f = 50$ Hz)! Gubitke u željezu prigušnice ne uzimamo u obzir.



Slika 21-9

Na sl. 21-9a prikazana je lučna svjetiljka s lučnim elektrodama promjera 10 mm, na sl. 21-9b je shema spoja, a na sl. 21-9c je pojednostavnjeni vektorski dijagram spoja.

Omski otpor bakrenog namota zavojnice neka je $R=0{,}6\ \Omega$. On je serijski spojen s omskim otporom luka. Padovi napona na njima su:

$$U_m = I \cdot R = 10\ \text{A} \cdot 0{,}6\ \Omega = 6\ \text{V}$$

$$U_o = 45\ \text{V}.$$

Radni padovi napona:

$$U_r = U_o + U_m = 45\ \text{V} + 6\ \text{V} = 51\ \text{V}.$$

Napon (samoindukcije) na zavojnici (vidi sl. 21-9c) iznosi:

$$U_L = \sqrt{U^2 - U_C^2} = \sqrt{(220\ \text{V})^2 - (51\ \text{V})^2} = \sqrt{45\,799}\ \text{V} = 214\ \text{V}.$$

Napon kojega snizuje prigušnica je:

$$U_p = \sqrt{U^2 + U_L^2} = \sqrt{(6\ \text{V})^2 + (214\ \text{V})^2} = \sqrt{46\,132\ \text{V}^2} = 214{,}8\ \text{V},$$

koji je, grubo uzevši, jednak induktivnom padu napona $U_L=214$ V. Iz toga se vidi da možemo ovim padom napona u željezu zanemariti i pad napona u bakru.

Induktivitet prigušnice dobit ćemo iz formule $U_L = I \cdot \omega \cdot L$

$$L = \frac{U_L}{\omega \cdot I} = \frac{214\ \text{V}}{2\pi\ 5\ \text{Hz} \cdot 10\ \text{A}} = \frac{214\ \text{V}}{3140\ \text{Hz A}} = 0{,}068\ \text{H}.$$

Prethodno ćemo izabrati broj zavoja zavojnice $N=300$. Pri malom broju zavoja, presjek je željezne jezgre veći, i obrnuto.

Iz poznate formule za napon samoindukcije izračunat ćemo magnetski tok, indukciju i presjek željezne jezgre:

$$U_L = 4{,}44 \cdot \Phi_m \cdot N \cdot f.$$

Maksimalni magnetski tok je:

$$\Phi_m = \frac{U_L}{4{,}44 \cdot N \cdot f} = \frac{214\ \text{V}}{4{,}44 \cdot 300 \cdot 50\ \text{Hz}} \approx 3{,}21 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

Pri maksimalnoj indukciji $B_m=0{,}5$ T s obzirom na zasićenje, presjek jezgre iznosi:

$$S = \frac{\Phi_m}{B_m} = \frac{3{,}21 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{0{,}5\ \text{T}} = 0{,}00642\ \text{m}^2 = 64{,}2\ \text{cm}^2.$$

Proračun zavojnice:

Namot zavojnice treba imati otpor oko $R=0{,}6\ \Omega$. Presjek žice pri dopuštenoj gustoći struje $J=2{,}4\ \text{A/mm}^2$ bit će:

$$S = \frac{I}{J} = \frac{10\ \text{A}}{2{,}4\ \text{A/mm}^2} = 4{,}1\ \text{mm}^2$$

iz čega je promjer žice:

$$d \approx 2{,}34 \text{ mm}.$$

Ukupna dužina namota iznosi:

$$l = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{0{,}6\ \Omega \cdot 4{,}1\ \text{mm}^2}{0{,}0178\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}} \approx 138 \text{ m}.$$

Srednja dužina jednog zavoja zavojnice iznosi:

$$l_s = \frac{l}{N} = \frac{138 \text{ m}}{300} = 0{,}46 \text{ m}.$$

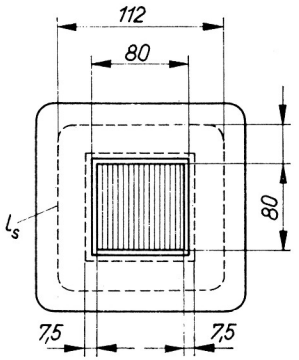
Zavojnica ima četvrtasti presjek, tj. jedna strana srednjeg zavoja imat će 46 cm : 4 = = 11,5 cm.

Pri četvrtastom presjeku jezgre 64,2 cm², bit će njena jedna stranica dugačka 8 cm. Za razmak i papirnato tijelo za namatanje procjenjujemo 1,5 cm po strani, a na 1/2 zavoja ostaje red širine:

$$11{,}5 \text{ cm} - 8 \text{ cm} - 1{,}5 \text{ cm} = 2 \text{ cm}.$$

Tri reda zavoja po 50 tvore dužinu zavojnice $50 \times 3 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$, a debljinu reda 1/2 zavoja $3 \times 3 \text{ mm} = 9 \text{ mm}$, ako međuprostor među zavojima i redovimo s izolacijom i s promjerom žice bude 3 mm.

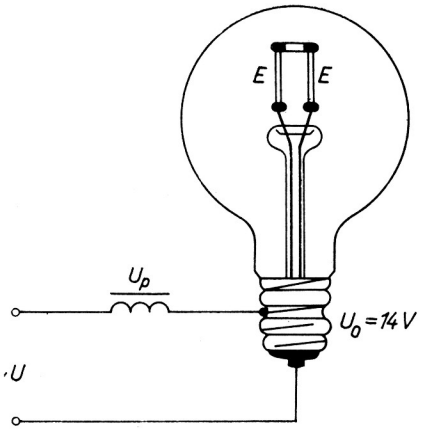
Daljnja tri reda zavoja, tj. druga polovica 150 zavoja namata se na srednji promjer zavojnice od 11,5 cm (sl. 21-10). Iz dimenzija zavojnice odrede se dimenzije limova za zatvorenu jezgru.



Slika 21-10

Lučna svjetiljka ima snagu $U_o \cdot I = 450$ W. Omski predotpor, koji mora sniziti 220 V − 45 V = 175 V, ima snagu gubitaka 175 V · 10 A = 1750 W. Ovakva rasvjeta bila bi veoma skupa. Zbog toga koristimo prigušnicu (ili transformator), koji snizuje mrežni napon naponom samoindukcije, istina, samo kod izmjenične struje.

9 Valja izračunati napon, induktivitet, presjek jezgre, dužinu i presjek žice namota prigušnice, koju je potrebno predspojiti žarulji visinskog sunca napona 14 V i 2 A, da bismo mogli žarulju priključiti na mrežu 220 V izmjenične struje (sl. 21-11)!



Slika 21-11

Pretpostavljamo da je omski otpor namota prigušnice $R = 3\ \Omega$.
Radne padove napona izračunamo

$$U_r = U_0 + U_m = U_0 + I \cdot R = 14\ \text{V} + 2\ \text{A} \cdot 3\ \Omega = 20\ \text{V}.$$

Napon na prigušnici bit će

$$U_p = \sqrt{U^2 - U_r^2} = \sqrt{(220\ \text{V})^2 - (20\ \text{V})^2} = \sqrt{48\,000\ \text{V}^2}$$

$$U_p \approx 219\ \text{V}.$$

(Pogledaj dijagram na slici 21-9c!)

Induktivitet prigušnice iznosi:

$$U_p = I \cdot X_L = I \cdot \omega \cdot L$$

$$L = \frac{U_p}{I \cdot \omega} = \frac{219\ \text{V}}{2\ \text{A} \cdot 2\pi \cdot 50\ \text{Hz}} = \frac{219\ \text{H}}{628} = 0{,}35\ \text{H}.$$

Pri izboru broja zavoja $N = 600$ bit će maksimalni magnetski tok:

$$\Phi_m = \frac{U_p}{4{,}44\, N \cdot f} = \frac{219\ \text{V}}{4{,}44 \cdot 600 \cdot 50\ \text{Hz}} = 1{,}643 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

Pri indukciji $B_m = 0{,}7$ T, za određenu vrstu lima, s obzirom na sinusni oblik magnetskog toka, bit će presjek jezgre:

$$S = \frac{\Phi_m}{B_m} = \frac{1{,}64 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{0{,}7\ \text{T}} = 0{,}002342\ \text{m}^2 = 23{,}42\ \text{cm}^2.$$

(Ako bismo odabrali manje zavoja, bio bi presjek veći i obrnuto.)

Pri dopuštenoj gustoći struje $I = 2 \ldots 2{,}5$ A/mm², imat će žica presjek i promjer:

$$S = \frac{I}{J} = \frac{2\ \text{A}}{2\text{A/mm}^2} = 1\ \text{mm}^2$$

$$d = 1{,}13\ \text{mm}.$$

Zbog toga što je visinsko sunce u domaćinstvu samo kratkotrajno uključeno, dovoljan nam je predotpornik namjesto skupe prigušnice. Izgubljena snaga na naponu bila bi

$$(220\ \text{V} - 14\ \text{V}) \cdot 2\ \text{A} = 206\ \text{V} \cdot 2\ \text{A} = 412\ \text{W}, \text{ tj.}$$

412 W : (2A · 14 V) = 412:28 ≈ 15 puta veća nego kod žarulje, što pri kratkotrajnoj upotrebi sunca nije toliko važno!

Elektrode E žarulje sunca nakon priljučenja na napon 14 V šalju (emitiraju) elektrone, učinkom kojih se prostor između elektroda E stvara vodljivim; njihovom toplinom isparavaju se kapljice žive. Tada nastane u parama žive izbijanje između elektroda E, a ultraljubičasto isijavanje će pronicati kroz specijalno fosfatno staklo balona žarulje napolje.

10 Valja odrediti osnovne podatke prigušnice za visinsko sunce snage 300 W i radni napon $U_o = 100$ V. Cijev, čiji potkovasti oblik vidimo na sl. 21-12, priključuje se na jednofaznu mrežu $U = 220$ V i $f = 50$ Hz.

Radna struja živine cijevi je:

$$I = \frac{P}{U_o} = \frac{300\ \text{W}}{100\ \text{V}} = 3\ \text{A}.$$

Pretpostavimo da je omski otpor prigušnice 2 Ω. Pad napona u bakru će biti $U_m = 3\ \text{A} \cdot 2\ \Omega = 6\ \text{V}$.

Prema dijagramu na sl. 21-9c napon samoindukcije prigušnice iznosi:

$$U_L = \sqrt{U^2 - (U_o + U_m)^2} = \sqrt{(220\ \text{V})^2 - (100\ \text{V} + 6\ \text{V})^2} =$$

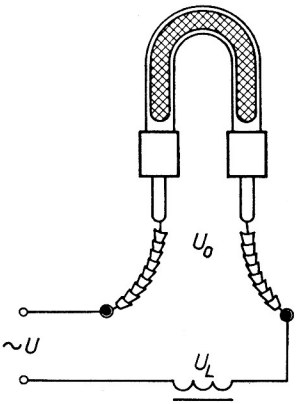
$$U_L = \sqrt{48\,400 - 11\,236}\ \text{V} = 193\ \text{V}.$$

(Iz napona samoindukcije prigušnice U_L možemo poznatim načinom izračunati induktivnost, s obzirom na napon 193 V i snagu 193 V · 3A = 589 W.)

Umjesto izbora približnoga broja zavoja, odredimo presjek jezgre S_j prema empiričkoj formuli koja omogućuje izbor omjera mase željeza $G_ž$ i bakra G_b:

$$S_j = 0{,}8 \sqrt{\frac{I \cdot U_L}{f \cdot B_m \cdot J} \cdot \frac{G_ž}{G_b}} \text{ [m}^2\text{, A, V, T, A/m}^2\text{]}.$$

Omjer mase željeza i bakra $G_ž/G_b$ odabire se od 1 . . . 2, magnetska indukcija s maksimalnom vrijednošću B_m odabire se sa 2 do 2,5 A/mm².



Slika 21-12

Odaberimo više željeza nego bakra: $G_ž/G_b = 2$, $B_m = 1$ T, $I = 2$ A/mm² = $= 2 \cdot 10^6$ A/m²

$$S_j = 0{,}8 \sqrt{\frac{3 \cdot 193}{50 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^6} \cdot 2} = 0{,}00272 \text{ m}^2 \approx 27 \text{ cm}^2.$$

Iz jednadžbe

$$U_1 = 4{,}44 \, \Phi_m \cdot N \cdot f$$

izračunat ćemo broj zavoja prigušnice:

$$N = \frac{U_L}{4{,}44 \cdot \Phi_m \cdot f} = \frac{193 \text{ V}}{4{,}44 \cdot 1 \text{ T} \cdot 0{,}00272 \text{ m}^2 \cdot 50 \text{ Hz}}$$

$$N \approx 320.$$

Presjek žice iznosi:

$$S = \frac{I}{J} = \frac{3 \text{ A}}{2 \text{ A/mm}^2} = 1{,}5 \text{ mm}^2 \text{ (promjer } d = 1{,}4 \text{ mm)}.$$

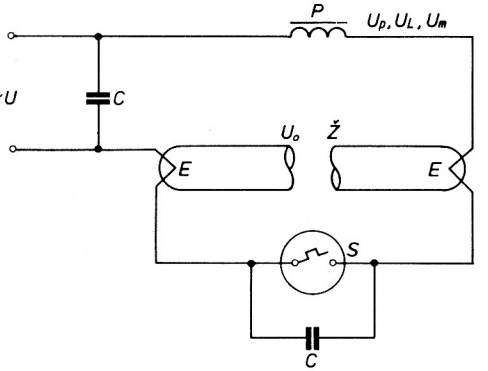
Dužina žice pri otporu $R=2\,\Omega$

$$l=\frac{R\cdot S}{\rho}=\frac{2\,\Omega\cdot 1{,}5\,\text{mm}^2}{0{,}0178\,\Omega\,\text{mm}^2/\text{m}}\approx 168\,\text{m}.$$

(Iz dimenzija presjeka jezgre, iz broja zavoja, iz promjera žice, dužine žice i ostalog odredimo dimenzije zavojnice i dimenzije jezgre, sa zračnim rasporom kao kod vježbe 1 u poglavlju 24!)

11 Fluorescentna žarulja snage 40 W s pogonskim naponom 110 V i strujom $I=0{,}40$ A priključuje se preko prigušnice na mrežu 220 V, 50 Hz. Valja izračunati presjek prigušnice, broj zavoja, dužinu i presjek žice zavojnice (sl. 21-13)!

Omski otpor zavojnice neka je 2 Ω! (Ako odaberemo veći otpor, pad napona U_m će biti veći. Pri izboru manjeg otpora pad napona će biti manji.)



Slika 21-13

Pad napona u zavojcima će biti:

$$U_m=2\,\Omega\cdot 0{,}4\,\text{A}=0{,}8\,\text{V}.$$

Prema dijagramu na sl. 21-9c napon samoindukcije prigušnice bit će:

$$U_L=\sqrt{U^2-(U_o+U_m)^2}=\sqrt{(220\,\text{V})^2-(110{,}8\,\text{V})^2}$$

$$U_L=191\,\text{V}.$$

Presjek jezgre prigušnice izračunat ćemo iz formule:

$$S_j=0{,}8\sqrt{\frac{I\cdot U_L}{f\cdot B_m\cdot J}\cdot\frac{G_ž}{G_b}}\ .$$

Izabrat ćemo dvaput veću masu željeza od bakra. $B_m = 0{,}8$ T i $J = 2$ A/mm^2 = $= 2 \cdot 10^6$ A/m^2. Nakon uvrštenja u formulu, dobit ćemo:

$$S_j = 0{,}8 \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 191 \cdot 2}{50 \cdot 0{,}8 \cdot 2 \cdot 10^6}} = 0{,}8 \sqrt{\frac{191}{108}}$$

$$S_j = 0{,}8 \cdot 0{,}00138 \approx 0{,}0011 \text{ m}^2.$$

(Pri izboru omjera $G_ž/G_b = 1$, tj. $G_ž = G_b$ bit će presjek jezgre manji.)
Broj zavoja je:

$$N = \frac{U_L}{4{,}44 \cdot \Phi_m \cdot f} = \frac{U_L}{4{,}44 \cdot B_m \cdot S \cdot f}$$

$$N = \frac{191 \text{ V}}{4{,}44 \cdot 0{,}8 \text{ T} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 50 \text{ Hz}} \approx 980.$$

Presjek i dužina žice će biti:

$$S = \frac{I}{J} = \frac{0{,}4 \text{ A}}{2 \text{ A/mm}^2} = 0{,}2 \text{ mm}^2 \text{ (promjer } d = 0{,}5 \text{ mm)}$$

$$l = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{2\Omega \cdot 0{,}4 \text{ mm}^2}{0{,}0178 \ \Omega\text{mm}^2/\text{m}} \approx 45 \text{ m}.$$

Dimenzije jezgre i srednja dužina zavoja govore o tome, da li će dužina žice l biti veća ili manja, tj. jesmo li dobro procijenili otpor R zavoja. Ostale dimenzije prigušnice odredit ćemo prema vježbi 10 i 1 iz idućeg poglavlja 23.

Zadaci

1. Koliki je pad napona na prigušnici sa željeznom jezgrom induktiviteta $L = 0{,}05$ H, ako pri snazi $P = 50$ W i $f = 50$ Hz njome teče struja $I = 5$ A? ($U_ž = ?$, $U_L = ?$, $U = 79{,}2$ V)

2. Prigušnica s otporom zavoja $R = 3\ \Omega$ nakon priključenja na mrežu $U = 110$ V i 50 Hz propuštala je struju $I = 15$ A i zahtijevala snagu $P = 800$ W. Valja izračunati faktor snage, nadomjesni radni otpor R_r, pad napona na radnom otporu U_r, impedanciju Z, pad napona U_L, gubitke u bakru P_m, gubitke u željezu $P_ž$ ($\cos \varphi = P/(U \cdot I) = 0{,}48$; $R_r = P : I^2 = 3{,}56\ \Omega$, $U_r = I \cdot R_r = 53{,}4$ V; $Z = U/I = 7{,}33$ V, $U_L = 96{,}5$ V; $P_m = I \cdot R = 675$ W; $P_ž = P - P_m = 125$ W.)

22. Prigušnica sa željeznom jezgrom i zračnim rasporom

Pravila i formule

Poznatu formulu za induktivitet prigušnice sa željeznom jezgrom

$$L=\mu_r \cdot \mu_o \frac{N^2}{l} S$$

primjenjujemo na prigušnicu sa zračnim rasporom δ u ovom obliku:

$$L=\mu_o \cdot N^2 \frac{S}{\delta + l/\mu_r}.$$

Vrijednost omjera l/μ_r obično je veoma mala i možemo je zanemariti:

$$L=\mu_o \cdot N^2 \frac{S}{\delta}.$$

Formula pokazuje da induktivitet L praktički ne ovisi o relativnoj permeabilnosti željeza μ_r, koja se mijenja sa strujom, tj. zasićenjem B željeza.

Veličina

$$\frac{\mu_o \cdot S}{\delta}=\lambda$$

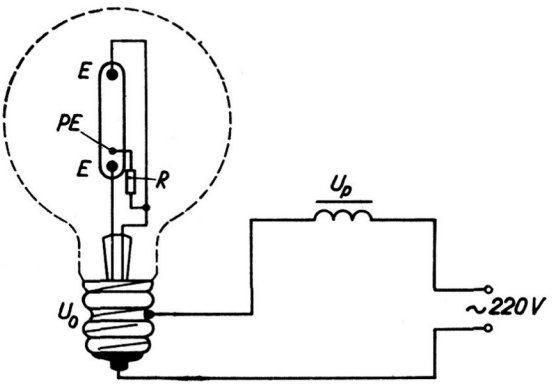
je magnetska vodljivost zračnog raspora. Prema tome induktivitet prigušnice sa zračnim rasporom iznosi približno

$$L=\lambda \cdot N^2.$$

Pri prigušnici sa zračnim rasporom raste reaktancija X_L prigušnice, a time i pad napona U_L na prigušnici direktno proporcionalno sa strujom I koja teče kroz nju. Tako će u električkom krugu pri većim strujama prigušnica snižavati napon direktno proporcionalno s promjenom struje. To se ne može postići pri većim strujama s prigušnicom bez zračnog raspora. Kod prigušnice bez zračnog raspora se μ_r, tj. X_L mijenja obrnuto proporcionalno sa strujom te lako dolazi do magnetskog zasićenja jezgre, dok se pri prigušnici sa zračnim rasporom permeabilnost mijenja direktno proporcionalno, a pri jako velikom zračnom rasporu se prigušnica ne zasiti niti pri maksimalnoj struji.

Vježbe

1 Živinu sijalicu snage 250 W s naponom luka 130 V i radnom strujom 2 A treba priključiti na mrežu napona 220 V i 50 Hz (sl. 22-1). Valja odrediti predotpornik i to induktivni i omski!



Slika 22-1

a) **Proračun prigušnice**

Prema dijagramu na sl. 21-9c vrijedi

$$U^2 = (U_o + U_m)^2 + U_L^2.$$

Iz toga proizlazi da je napon samoindukcije prigušnice

$$U_L = \sqrt{U^2 - (U_o + U_m)^2}.$$

Omski otpor namota prigušnice neka je jednak 4 Ω. Pad napona u bakru $U_m = 2\text{A} \cdot 4\ \Omega = 8$ V. Pad napona na žarulji iznosi $U_o = 130$ V i omski je. Slijedi

$$U_L = \sqrt{(220\text{ V})^2 - (138\text{ V})^2} = \sqrt{48\,400 - 19\,044\text{ V}} = 171\text{ V}$$

$$L = \frac{U_L}{\omega \cdot I} = \frac{U_2}{2\pi \cdot f \cdot I} = \frac{171\text{ V}}{314\text{ Hz} \cdot 2\text{ A}} = \frac{171\text{ H}}{628} = 0{,}272\text{ H}.$$

Prigušnica neka ima 700 zavoja. Iz formule

$$U_L = 4{,}44\ \Phi_m \cdot N \cdot f$$

izračunat ćemo presjek jezgre S_j:

$$\Phi_m = \frac{U_L}{4{,}44 \cdot N \cdot f} = \frac{171\text{ V}}{4{,}44 \cdot 700 \cdot 50\text{ Hz}} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\text{ Wb}.$$

Pri dopuštenoj indukciji $B=1$ T bit će presjek jezgre:

$$S_j=\frac{\Phi_m}{B_m}=\frac{1{,}1\cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{1\ \text{T}}=0{,}0011\ \text{m}^2=11\ \text{cm}^2.$$

Pri dopuštenoj gustoći struje u vodiču $J=2\ldots 2{,}5$ A/mm² bit će presjek i promjer vodiča:

$$S_j=\frac{I}{J}=\frac{2\ \text{A}}{2\ \text{A/mm}^2}=1\ \text{mm}^2$$

$$d=1{,}13\ \text{mm}.$$

Dužina žice:

$$l=\frac{R\cdot S}{\rho}=\frac{4\ \Omega\cdot 1\ \text{mm}^2}{0{,}0178\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}}=224\ \text{m}.$$

Srednja dužina zavoja zavojnice je:

$$l_s=\frac{l}{N}=\frac{224\ \text{m}}{700}=0{,}32\ \text{m}=32\ \text{cm}.$$

Presjek jezgre neka ima jednu stranu 3 cm, a drugu S_j: 3 cm = 11 cm² · 3 cm = = 3,66 cm.

Krug presjeka ima opseg $2\cdot(3+3{,}66)$ cm = 13,3 cm.

Razliku opsega srednjeg zavoja l_s i opsega presjeka podijelit ćemo s 8 (= 2 · 4, vidi sl. 21-10) da dobijemo udaljenost između opsega (kruga) srednjeg zavoja zavojnice i jezgre:

$$(32-13{,}3)\ \text{mm}:8=18{,}7\ \text{mm}:8=2{,}33\ \text{cm}.$$

Ova udaljenost sadržava razmak između jezgre i zavojnice i debljine ljepenke nosača zavojnice, što iznosi oko 8,5 mm.

Red polovičnog broja zavoja (350) imat će debljinu

$$23{,}3\ \text{mm}-8{,}5\ \text{mm}\approx 15\ \text{mm}.$$

Ako upotrebljavamo žicu s izolacijom 2 × pamuk i razmak među zavojima, tada prema računu 1,5 mm = (1,13 + 0,22 + 0,15) mm dođe do 15 mm : 1,5 mm = = 10 redova zavoja.

Jedan red zavoja imat će:

$$350:10=35\ \text{zavoja},$$

što istodobno grubo određuje dužinu zavojnice:

$$34\cdot 1{,}5\ \text{mm}=52{,}5\ \text{mm}=5{,}25\ \text{cm}.$$

Iz dimenzija zavojnice odredit ćemo grubo dimenzije jezgre (sl. 22-2).

Visina jezgre a = dužina zavojnice s međuprostorom i papirom + 2× međuprostor između zavojnice i jezgre + 2 × širina jezgre:

$$a = (5{,}25 + 1{,}7 + 2 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 3{,}6)\ \text{cm} = 14{,}76\ \text{cm}.$$

Širina b = međuprostor između zavojnice i jezgre + papir nosača zavojnice + + redovi zavoja + međuprostor + 2 × širina jezgre:

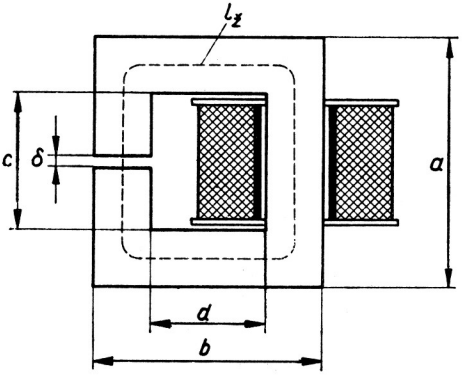
$$b = (0{,}1 + 0{,}3 + 20 \cdot 0{,}15 + 2 + 2 \cdot 3{,}6)\ \text{cm} = 12{,}6\ \text{cm}.$$

Dimenzije su prozora $b \times d$ (sl. 22-2):

$$c = a - 2 \cdot 3{,}5\ \text{cm} = 7{,}55\ \text{cm}$$

$$d = b - 2 \cdot 3{,}6\ \text{cm} = 5{,}4\ \text{cm}.$$

U smislu pravila u uvodu nameće se pitanje, da li je jezgra magnetski prezasićena? Treba li da jezgra ima zračni raspor?



Slika 22-2

U krugu magnetiziranja (u jezgri) mora biti indukcija $B = 1$ T. Iz krivulje magnetiziranja (sl. 2-2) za transformatorske limove naći ćemo potrebnu jakost magnetskog polja u željezu:

$$H = 330\ \text{A/m}.$$

Relativnu permeabilnost jezgre izrađene od transformatorskih limova pri $B = 1$ T dobit ćemo iz jednadžbe $B = \mu \cdot H = \mu_r \cdot \mu_o \cdot H$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_o \cdot H} = \frac{1\ \text{T}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Hm}^{-1} \cdot 330\ \text{A/m}} = 2410.$$

Ako je srednja dužina silnica u željezu

$$l_ž - 2\,(a+b) - 2 \cdot 3{,}6\ \text{cm} = 2\,(14{,}75+12{,}6)\ \text{cm} - 7{,}2\ \text{cm}$$

$$l_ž = 47{,}5\ \text{cm}$$

bit će magnetski otpor željezne jezgre pri indukciji $B=1$ T iz dimenzija jezgre:

$$R_{m1} = \frac{1}{\mu_o \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_ž}{S}$$

$$R_{m1} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Hm}^{-1} \cdot 2424} \cdot \frac{0{,}475\ \text{m}}{0{,}0011\ \text{m}^2} = \frac{330 \cdot 0{,}475}{0{,}0011\ \text{H}}$$

$$R_{m1} = 142\,500\ \text{H} = 1{,}42 \cdot 10^5\ \text{H}^{-1}.$$

Iz Ohmova zakona magnetskih krugova

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m}$$

magnetski je otpor

$$R_{m2} = \frac{F_m}{\Phi} = \frac{I \cdot N}{\Phi} = \frac{I \cdot \sqrt{2} \cdot N}{\Phi_m}$$

gdje su I i Φ efektivne veličine, a Φ_m maksimalna. U našem je primjeru

$$R_{m2} = \frac{2\ \text{A}\sqrt{2} \cdot 700}{1{,}1 \cdot 10^{-3}\,\text{Wb}} = \frac{1980 \cdot 10^3}{1{,}1\ \text{H}}$$

$$R_{m2} = 1{,}8 \cdot 10^6\ \text{H}^{-1}.$$

Struja I odnosno uzbuda $I \cdot N$ za izabranu i dopuštenu indukciju $B_m = 1$ T su veliki, pa je zato i magnetski otpor R_{m2} veći od otpora R_{m1}, koji odgovara dimenzijama jezgre i dopuštenoj permeabilnosti B_m.

Da zasićenje ne bi bilo više od $B_m = 1$ T potrebno je prigušnicu, odnosno njenu jezgru tako podesiti, da se magnetski otpor prigušnice od R_{m1} povisi do R_{m2} uvođenjem otpora R_v zračnog raspora δ.

$$R_{m2} = R_{m1} + R_v$$

$$R_v = R_{m2} - R_{m1} = (18 - 1{,}42) \cdot 10^5\ \text{H}^{-1}$$

$$R_v = 16{,}58 \cdot 10^5\ \text{H}^{-1}$$

$$R_v = \frac{\delta}{\mu_o \cdot S} = 16{,}58 \cdot 10^5\ \text{H}^{-1}.$$

Iz toga je dužina zračnog raspora:

$$\delta = 16{,}58\ \text{H}^{-1} \cdot 10^5 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Hm}^{-1}\ 0{,}0011\ \text{m}^2 =$$

$$= 0{,}00229\ \text{m} = 2{,}29\ \text{mm}.$$

Jezgru prigušnice presjeći ćemo poprečnim rezom da dobijemo zračni raspor 2,29 mm. Tako se jezgra neće prezasititi, tj. indukcija B_m neće biti veća od 1 T (= 10 000 G).

b) Izračunavanje omskog predotpornika

Potrebno je sniziti napon

$$U_R = U - U_o = 220\ \text{V} - 130\ \text{V} = 90\ \text{V}.$$

Pri struji žarulje $I = 2$ A predotpornik je:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{90\ \text{V}}{2\ \text{A}} = 45\ \Omega.$$

Iz tablica opteretivosti otporničkih žica od nikelina naći ćemo pri opterećenju 2 A promjer žice

$$d = 0{,}2\ \text{mm}$$

i otpor 13,8 Ω za 1 m dužine žice.

Ukupna dužina otporničke žice je:

$$l = \frac{45\ \Omega}{13{,}8\ \Omega/\text{m}} = 3{,}26\ \text{m}.$$

Korisna snaga na žarulji (bez gubitaka) iznosi:

$$P_ž = 130\ \text{V} \cdot 2\ \text{A} = 260\ \text{W}.$$

Beskorisna snaga (koja se pretvara u toplinu) na predotpornike iznosi:

$$R_R = R \cdot I^2 = 45\ \Omega \cdot 4\ \text{A}^2 = 180\ \text{W}.$$

(Pri povremenom ozračivanju ultravioletnim zrakama žarulje pitanje ekonomičnosti nije od značenja, pa ćemo zato radije odabrati omski otpornik negoli skuplju prigušnicu.)

2 Valja izračunati broj zavoja prigušnice sa željeznom jezgrom presjeka $S = 10\ \text{cm}^2$ i zračnim rasporom $\delta = 1$ mm, da bi induktivitet bio 0,5 H.

U pravilima navedena pojednostavnjena formula za induktivitet prigušnice glasi:

$$L = \lambda \cdot N^2$$

pri čemu magnetska vodljivost zračnog raspora iznosi:

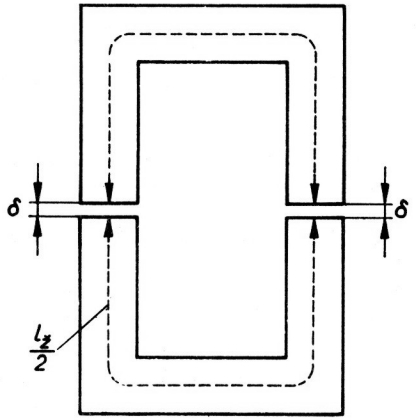
$$\lambda = \frac{\mu_o \cdot S}{\delta}.$$

Iz jednadžbe ćemo dobiti broj zavoja

$$N = \sqrt{\frac{L \cdot \delta}{\mu_o \cdot S}} = \sqrt{\frac{0{,}5\ \text{H} \cdot 0{,}001\ \text{m}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Hm}^{-1} \cdot 0{,}001\ \text{m}^2}} = \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 10^7}{4\pi}}$$

$$N \approx \sqrt{400\,000} = 632.$$

3 Dva zračna raspora po $\delta = 1$ mm dijele prigušnicu na dva dijela. Prigušnica ima namot sa 1000 zavoja, kojima teče izmjenična struja 0,5 A. Jezgra ima presjek $S = 10$ cm², a srednja dužina silnica u željezu iznosi 30 cm. Treba izračunati silu, kojom se oba dijela prigušnice privlače (sl. 22-3).



Slika 22-3

Privlačna sila je:

$$F = \frac{1}{2\mu_o} B^2 \cdot S.$$

Pri izmjeničnoj struji potrebno je za B uvrstiti njenu efektivnu vrijednost, tj. $B_m : \sqrt{2}$.

$$F = \frac{1}{2\mu_o} \left(\frac{B_m}{\sqrt{2}} \right)^2 S = \frac{1}{4\mu_o} B_m^2 \cdot S.$$

Maksimalna indukcija B_m nije nam poznata, ali imamo zadanu efektivnu vrijednost izmjenične struje $I = 0{,}5$ A i maksimalnu vrijednost magnetskog napona koji uzrokuje maksimalnu indukciju B_m

$$\sqrt{2} \cdot I \cdot N = \sqrt{2} \cdot 0{,}5 \text{ A} \cdot 1000 = 707 \text{ A}.$$

Pomoću jednadžbe

$\sqrt{2} \cdot I \cdot N = H_ž \cdot l_ž + H_v \cdot \delta = H_ž \cdot l_ž + \mu_o \cdot B_m \cdot \delta$ naći ćemo eksperimentalno približnu indukciju B_m, koja odgovara jednadžbi

Za $B_m = 0{,}6\,\mathrm{T}$ naći ćemo iz krivulje magnetiziranja jakost polja za transformatorski lim $H_z = 140\,\mathrm{A/m}$

$$\sqrt{2} \cdot I \cdot N = 140\,\mathrm{Am^{-1}} \cdot 0{,}30\,\mathrm{m} + \mu_0\, 0{,}6\,\mathrm{T} \cdot 0{,}002\,\mathrm{m}$$

$$\sqrt{2} \cdot I \cdot N = 1\,002\,\mathrm{Az}$$

što ne odgovara prije izračunatoj vrijednosti. Prema tome, indukcija $B_m = 0{,}6\,\mathrm{T}$ ne odgovara.

Odabrati ćemo indukciju $B_m = 0{,}425\,\mathrm{T}$, čemu odgovara iz tablice jakost magnetskog polja $H_z = 90\,\mathrm{A/m}$

$$\sqrt{2} \cdot I \cdot N = 90\,\mathrm{Am^{-1}} \cdot\ 0{,}30\,\mathrm{m} + \mu_0 \cdot 0{,}425\,\mathrm{T} \cdot 0{,}002\,\mathrm{m}$$

$$\sqrt{2} \cdot I \cdot N = 27\,\mathrm{A} + 680\,\mathrm{A} = 707\,\mathrm{A}.$$

U prigušnici je maksimalna indukcija $B_m = 0{,}425\,\mathrm{T}$, što ćemo uvrstiti u formulu za privlačnu silu

$$F = \frac{1}{4\mu_o} B_m^2 \cdot S = \frac{1}{4 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H/m}} (0{,}425\,\mathrm{T})^2 \cdot 10\,\mathrm{cm^2}$$

$$F = 36\,\mathrm{T^2\,m^2/H} = 36\,\mathrm{N}$$

Budući da postoje dva zračna raspora, privlačna sila dva puta je veća, dakle $2 \cdot 36\,\mathrm{N} = 72\,\mathrm{N}$.

Zadatak

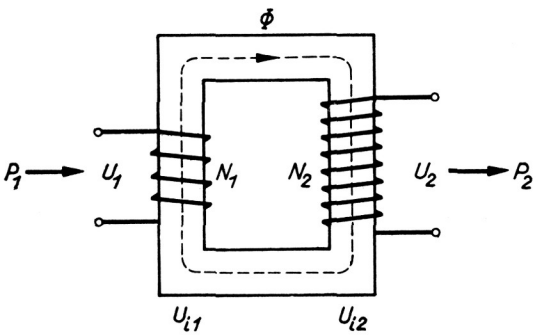
Treba izračunati broj zavoja prigušnice sa željeznom jezgrom presjeka $S = 25\,\mathrm{cm^2}$ i zračnim rasporom $\delta = 5\,\mathrm{mm}$, da bi imala induktivitet $L = 0{,}7\,\mathrm{H}$ ($N \approx 3340$).

PRORAČUN TRANSFORMATORA

23. Izračunavanje električkih veličina transformatora

Pravila i formule

Najjednostavniji transformator sastavljen je od dva namota i željezne jezgre (sl. 23-1). Prvi se namot (primarni) priključuje na izvor struje (mrežu), a drugi (sekundarni) na trošila. Transformator je mirujući uređaj koji povisuje ili snižava napon izmjenične struje. Transformirati (snižavati ili povisivati) možemo samo izmjeničnu ili promjenljivu (pulzirajuću) struju.



Slika 23-1

Izmjenična struja u primarnom namotu stvara izmjenični magnetski tok u željeznoj jezgri. Tok inducira u zavojima primarnog namota napon samoindukcije U_{i_1}, koji djeluje protivno naponu stezaljki izvora U_1 (kao pri prigušnici). Magnetski tok prolazi također i sekundarnim namotom i inducira u njegovim N_2 zavojima napon U_{i_2}.

Maksimalna vrijednost induciranog napona u primarnom namotu iznosi:

$$U_{mi_1} = \omega \cdot \Phi_m \cdot N_1.$$

U sekundarnom namotu inducira se maksimalni napon

$$U_{mi_2} = \omega \cdot \Phi_m \cdot N_2.$$

Dijeljenjem obiju jednadžbi dobit ćemo omjer napona

$$\frac{U_{mi1}}{U_{mi2}} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Ako ne uzimamo u obzir padove napona u namotima, tada su inducirani naponi jednaki naponu stezaljki, a kada umjesto maksimalnih vrijednosti uvrstimo efektivne vrijednosti napona, dobit ćemo:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = p. \qquad 1)$$

Naponi stezaljki su direktno proporcionalni broju zavoja. To je takozvani *prijenosni omjer*, odnosno *omjer transformacije p*.

Ako ne uzimamo u obzir gubitke snage, privedena snaga transformatora jednaka je snazi transformatora $P_p = P$, tj. snaga na primarnoj strani jednaka je snazi na sekundarnoj strani:

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2.$$

Iz toga je:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

tj. omjer struja jednak je recipročnom omjeru broja zavoja

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{p}. \qquad 2)$$

Iz formula 1 i 2 izlazi: ako je na sekundarnoj strani namot s većim brojem zavoja nego što ga ima primarni namot, na stezaljkama sekundarnog namota bit će viši napon, ali namotom će teći manja struja (umnožak $U \cdot I = P$ mora biti isti kao i na primarnoj strani).

Ako sekundarni namot ima manji broj zavoja od primarnog, na sekundarnoj strani bit će niži napon ali jača struja.

Efektivna vrijednost induciranog napona u namotu transformatora iznosi:

$$U_i = \frac{U_{mi}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \cdot \Phi_m \cdot N}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi \cdot f}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m \cdot N$$

$$U_i = \sqrt{2}\,\pi \cdot f \cdot \Phi_m \cdot N \cdot f = 4{,}44 \cdot \Phi_m \cdot N \cdot f$$

Vježbe

1 Primarni namot transformatora ima napon $U_1 = 220$ V, a broj zavoja iznosi $N = 500$. Koliki je omjer transformacije i broj zavoja sekundarnog namota, ako je sekundarni napon $U_2 = 1100$ V (sl. 23-1)?

$$p = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220\ \text{V}}{1100\ \text{V}} = \frac{1}{5}.$$

Na sekundarnom namotu je pet puta viši napon stezaljki, zato će biti potreban i pet puta veći broj zavoja negoli na primarnom namotu.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}, \quad N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_1}{p}$$

$$N_2 = \frac{500}{1/5} = 2500.$$

2 Treba ustanoviti omjer transformacije i broj zavoja N_2 sekundarnog namota, koji mora imati 24 V, ako primarni namot ima broj zavoja $N_1 = 880$, a napon stezaljki 220 V.

$$p = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220\ \text{V}}{24\ \text{V}} = 9{,}17.$$

Sekundarni namot će imati:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}, \quad N_2 = \frac{U_2}{U_1}, \quad N_1 = \frac{24\ \text{V}}{220\ \text{V}} \cdot 880$$

$$N_2 = 96 \text{ zavoja.}$$

3 Transformator s prijenosom 110 V/24 V priključimo na mrežu napona $U = 220$ V. Koliki će napon biti na sekundarnim stezaljkama?

Namjesto 110 V na primarnom namotu će biti dvostruki napon 220 V. Na sekundarnom namotu mora biti napon također dvostruki, tj. 48 V, prema jednadžbi:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{110\ \text{V}}{24\ \text{V}} = \frac{220\ \text{V}}{48\ \text{V}}$$

ili

$$\frac{110\ \text{V}}{24\ \text{V}} = \frac{220\ \text{V}}{U_2}$$

$$U_2 = \frac{24\ \text{V}}{110\ \text{V}} \cdot 220\ \text{V} = 48\ \text{V}.$$

Valja držati na umu da primarni namot ne mora podnijeti dvostruki napon. Općenito vrijedi: ako se povisi ili snizi napon na primarnom namotu, povisi se ili snizi proporcionalno i napon na sekundarnom namotu.

4 Na transformatoru s omjerom transformacije 220 V/24 V i omjerom broja zavoja 880/96 načinimo postupno ove promjene: a) oduzmimo 100 zavoja na primarnom namotu; b) dodajmo na primarnom namotu 100 zavoja; c) oduzimamo na sekundarnom namotu 24 zavoja; d) dodajmo na sekundarni namot 24 zavoja.

Koliki će napon izmjeriti voltmetar na sekundarnom namotu u sva četiri slučaja?

Početni je omjer transformacije:

$$p=\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}$$

$$p=\frac{220\ \text{V}}{24\ \text{V}}=\frac{880}{96}=9{,}17.$$

Promjenom broja zavoja mijenjamo omjer p i napon na sekundarnom namotu. Napon mreže, tj. primarnog namota transformatora, ostaje u svim slučajevima stalan, tj. $U_1=220$ V.

a)
$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{220\ \text{V}}{U_2}=\frac{880-100}{96},\quad \frac{U_2}{220\ \text{V}}=\frac{96}{780}$$

$$U_2=\frac{96}{780}\cdot 220\ \text{V}=27{,}1\ \text{V}.$$

Ako snizimo broj primarnih zavoja, napon na sekundaru se povisi;

b)
$$\frac{220\ \text{V}}{U_2}=\frac{880+100}{96},\quad U_2=\frac{96}{980}\cdot 220\ \text{V}=21{,}6\ \text{V}.$$

Ako dodamo zavoje primarnom namotu, snizi se napon sekundarnog namota.

c)
$$\frac{220\ \text{V}}{U_2}=\frac{880}{96-24},\quad U_2=\frac{72}{880}\cdot 220\ \text{V}=18\ \text{V}.$$

Oduzimanjem zavoja na sekundaru snižuje se njegov napon;

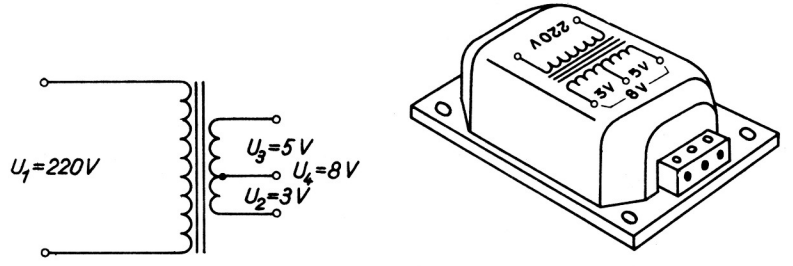
d)
$$\frac{220\ \text{V}}{U_2}=\frac{880}{96+24},\quad U_2=\frac{120}{880}\cdot 220\ \text{V}=30\ \text{V}.$$

Dodavanjem zavoja na sekundaru povisujemo sekundarni napon.

5 Treba odrediti omjer p učinskog transformatora (velike snage, za napajanje motora i rasvjete), ako napon primarnog namota iznosi 22 000 V, a sekundarnog namota 400 V.

$$p=\frac{U_1}{U_2}=\frac{22\,000\,\text{V}}{400\,\text{V}}=55.$$

6 Transformator za električno zvonce ima napon 220 V, a broj zavoja na primarnom namotu iznosi $N_1=660$. Sekundarni namot ima tri izvoda s tri napona: 3, 5 i 8 V. Treba izračunati omjere transformacije i broj zavoja sekundarnog namota (sl. 23-2)!



Slika 23-2

Sekundarni namot s tri izvoda tvori tri zasebna dijela namota. Omjeri su ovi:

$$p_1=\frac{U_1}{U_2}=\frac{220\,\text{V}}{3\,\text{V}}=73{,}3$$

$$p_2=\frac{U_1}{U_3}=\frac{220\,\text{V}}{5\,\text{V}}=44$$

$$p_3=\frac{U_1}{U_4}=\frac{220\,\text{V}}{8\,\text{V}}=27{,}5.$$

Broj zavoja sekundarnog namota i njegovih dijelova je:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2},\quad N_2=N_1\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_1}{p_1}=\frac{660}{73{,}3}=9$$

ili

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{U_1}{U_2},\quad N_2=\frac{U_2}{U_1}\cdot N_1=\frac{3\,\text{V}}{220\,\text{V}}\cdot 660=9$$

$$\frac{N_3}{N_1}=\frac{U_3}{U_1},\quad N_3=\frac{U_3}{U_1}\cdot N_1=\frac{5\text{ V}}{220\text{ V}}\cdot 660=15$$

$$N_4=\frac{U_4}{U_1}\cdot N_1=\frac{8\text{ V}}{220\text{ V}}\cdot 660=24.$$

Kontrola!

Čitav sekundarni namot ima:

$N_4=N_2+N_3=9+15=24$ zavoja, tj. toliko, koliko smo izračunali.

7 Prijenosni transformator za žarulju napona 24 V ima ove podatke: 100 VA, 220/24 V. Treba ustanoviti omjer transformacije, primarnu i sekundarnu struju (sl. 23-3).

$$p=\frac{U_1}{U_2}=\frac{220\text{ V}}{24\text{ V}}=9{,}17$$

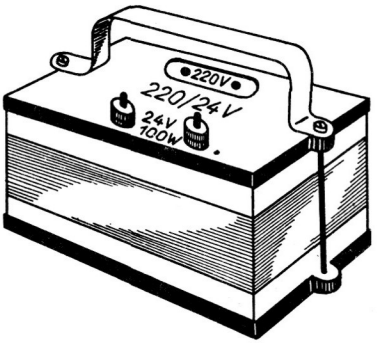
$$P=U_1\cdot I_1=U_2\cdot I_2=100\text{ VA}.$$

Primarna struja:

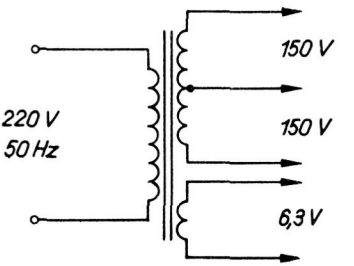
$$I_1=\frac{P}{U_1}=\frac{100\text{ VA}}{220\text{ V}}=0{,}454\text{ A}.$$

Sekundarna struja:

$$I_2=\frac{P}{U_2}=\frac{100\text{ VA}}{24\text{ V}}=4{,}17\text{ A}.$$



Slika 23-3



Slika 23-4

Kontrola računanja!

Omjer napona obrnuto je proporcionalan omjeru struja

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{I_2}{I_1}=p$$

$$\frac{220\ \text{V}}{24\ \text{V}}=\frac{4{,}17\ \text{A}}{0{,}454\ \text{A}}=9{,}17.$$

8 Mrežni transformator s primarnim naponom 220 V u radio-prijemniku daje ispravljaču anodni napon 2×150 V, struju 50 mA i napon žarenja $U_2=6{,}3$ V te struju $I_2'=3$ A. Valja izračunati struju I_1 u primarnom namotu i snagu transformatora (sl. 23-4)!

Sekundarni namot za anodni napon 2×150 V$=300$ V ima struju 50 mA, kojoj prema $I_1/I_2=U_2/U_1$ odgovara primarna struja od:

$$I_1=I_2\frac{U_2}{U_1}=50\ \text{mA}\,\frac{300\ \text{V}}{220\ \text{V}}=68{,}2\ \text{mA}.$$

Drugi sekundarni namot za žarenje elektronki sa strujom od 3A uzrokuje u primarnom namotu struju:

$$I_1'=I_2\frac{U_2'}{U_1}=3\ \text{A}\,\frac{6{,}3\ \text{V}}{220\ \text{V}}=0{,}086\ \text{A}=86\ \text{mA}.$$

Snaga transformatora iznosi:

$$P=P_2=U_2\,I_2+U_2'\,I_2'=300\ \text{V}\cdot0{,}05\ \text{A}+6{,}3\ \text{V}\cdot3\ \text{A}$$

$$P=15\ \text{W}+18{,}9\ \text{W}=33{,}9\ \text{W}.$$

Snaga na sekundarnoj strani mora biti jednaka snazi na primarnoj strani (zanemarujemo gubitke)

$$P=P_1=U_1\,(I_1+I_1')=220\ \text{V}\cdot(0{,}0682+0{,}086)\ \text{A}$$

$$P=220\ \text{V}\cdot0{,}1542\ \text{A}=33{,}9\ \text{W}.$$

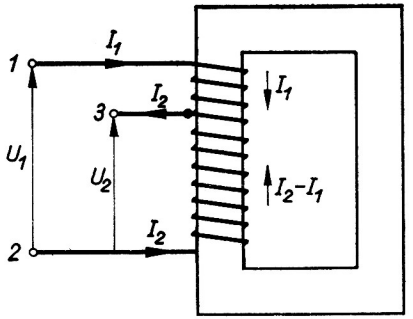
9 Autotransformator (transformator u štednom spoju) ima jedan namot s tri izvoda (sl. 23-5). Izvod 3 dijeli namot na dva dijela u omjeru 5/6. Treba izračunati primarni napon i struju, ako stezaljkom 2 prolazi struja $I_2=12$ A, a sekundarni napon iznosi 300 V.

$$U_1:U_2=6:5$$

$$U_1=\frac{6}{5}U_2=\frac{6}{5}\cdot300\ \text{V}=360\ \text{V}$$

$$I_1:I_2=5:6$$

$$I_1=\frac{5}{6}I_2=\frac{5}{6}\cdot12\ \text{A}=10\ \text{A}.$$



Slika 23-5

10 Privedena snaga transformatora je 50 kW a snaga je 45 kW. Kolika je korisnost transformatora? Koliki je gubitak snage u transformatoru (sl. 23-1)?

Računamo bez obzira na faktor snage, tj. samo s djelatnim snagama. Korisnost transformatora iznosi:

$$\eta=\frac{P_2}{P_1}=\frac{45\,\text{kW}}{50\,\text{kW}}=0{,}9=90\%.$$

Privedena snaga = snaga+gubici

$$P_1=P_2+\Delta P$$

$$\Delta P=P_1-P_2=50\,\text{kW}-45\,\text{kW}=5\,\text{kW}$$

$$\frac{\Delta P}{P_1}=\frac{5\,\text{kW}}{50\,\text{kW}}=0{,}1=10\%.$$

Snaga gubitaka ΔP uzrokuje zagrijavanje transformatora.

11 Pri konstrukciji transformatora odabrat ćemo korisnost $\eta=95\%$. Kolika mora biti privedena snaga, ako želimo da snaga transformatora bude $P_2=500$ W?

$$P_1=\frac{P_2}{\eta}=\frac{500\,\text{W}}{0{,}95}=526{,}3\,\text{W}.$$

12 Transformator ima snagu 100 kW sekundarni napon $U_2=230$ V i $\cos\varphi_2=0{,}8$. Kolika je sekundarna struja, radna struje i prividna snaga?

Snaga (na sekundarnoj strani transformatora) je:

$$P_2=U_2\cdot I_2\cdot\cos\varphi_2.$$

Rezultirajuća struja u sekundarnom namotu iznosi:

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{100\,000\ \text{W}}{230\ \text{V} \cdot 0{,}8} \approx 543\ \text{A}$$

Radna struja u sekundarnom namotu, tj. na strani trošila iznosi:

$$I_r = I_2 \cdot \cos \varphi_2 \approx 543\ \text{A} \cdot 0{,}8 \approx 434{,}4\ \text{A}.$$

Prividna snaga je:

$$S_2 = U_2 \cdot I_2 = 230\ \text{V} \cdot 543\ \text{A} \approx 124\,890\ \text{VA} \approx 124{,}9\ \text{kVA}.$$

13 Učinski transformator ima privedenu snagu 81 kW, korisnost $\eta = 0{,}90$, sekundarni napon $U_2 = 230$ V i sekundarni faktor snage $\cos \varphi_2 = 0{,}8$. Kolika je snaga, ukupna i radna struja u sekundaru i prividna snaga?

Snaga je:

$$P_2 = \frac{P_1}{\eta} = \frac{81\ \text{kW}}{0{,}9} = 90\ \text{kW}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \cos \varphi_2} = \frac{90\,000\ \text{W}}{230\ \text{V} \cdot 0{,}8} \approx 489\ \text{A}.$$

Radna struja na sekundarnoj strani transformatora iznosi:

$$I_r = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 489\ \text{A} \cdot 0{,}8 \approx 391{,}2\ \text{A}.$$

Prividna snaga iznosi:

$$S_2 = U_2 \cdot I_2 = 230\ \text{V} \cdot 489\ \text{A} = 112{,}47\ \text{kVA}.$$

(Ukupna sekundarna struja I_2 prolazi sekundarnim namotom i vodičima, ali u radu učestvuje samo vrijednost radne struje.)

14 Trofazni transformator prividne snage 150 kVA ima omjer transformacije 6000/400 V. Kolike su ukupne struje u primarnom i sekundarnom namotu? Kolika je radna snaga i struja pri $\cos \varphi = 0{,}8$ i korisnosti $\eta = 0{,}9$ (sl. 23-6)?

Prividna snaga je:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1$$

Primarna ukupna struja iznosi:

$$I_1 = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_1} = \frac{150\,000\ \text{VA}}{\sqrt{3} \cdot 6000\ \text{V}} = 14{,}5\ \text{A}.$$

Sekundarna ukupna struja ne uzimajući u obzir gubitke je:

$$I_2 = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_2} = \frac{150\,000\ \text{VA}}{1{,}73 \cdot 400\ \text{V}} = 217\ \text{A}.$$

Privedena (radna) snaga transformatora je:

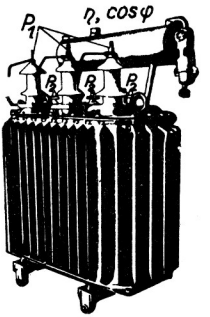
$$P_1 = S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I \cdot \cos\varphi.$$

Radna snaga iznosi:

$$P_2 = \eta \cdot P_1 = \eta \cdot S \cdot \cos\varphi$$

$$P_2 = \eta \cdot \sqrt{3} \cdot U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi = 0{,}9\sqrt{3} \cdot 400\ \text{V} \cdot 217\ \text{A} \cdot 0{,}8$$

$$P_2 = 150\,164 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9\ \text{VA} = 108\,118\ \text{W} \approx 108\ \text{kW}.$$



Slika 23-6

Radnu struju u sekundarnom namotu izračunat ćemo iz snage

$$P_2 = \eta \cdot \sqrt{3} \cdot U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_2 \cdot I_r$$

$$I_r = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U_2} = \frac{108\,000\ \text{W}}{\sqrt{3} \cdot 400\ \text{V}} = 156\ \text{A}.$$

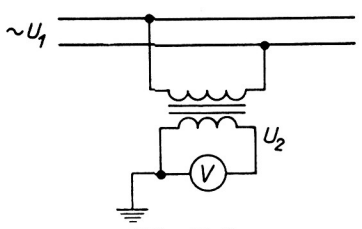
ili

$$I_r = \eta \cdot I_2 \cdot \cos\varphi = 0{,}9 \cdot 217\ \text{A} \cdot 0{,}8 = 156\ \text{A}.$$

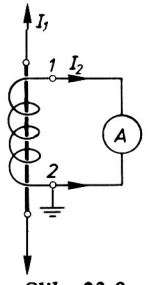
15 Kazaljka voltmetra naponskog mjernog transformatora pokazuje 45 V. Treba odrediti mjereni napon, ako na označnoj pločici stoji podatak za omjer transformacije 10 000/100 (sl. 23-7)!

$$p = \frac{10\,000\ \text{V}}{100\ \text{V}} = 100$$

$$U_1 = p \cdot U_2 = 100 \cdot 45\ \text{V} = 4{,}5\ \text{kV}.$$



Slika 23-7



Slika 23-8

16 Ampermetar mjernog transformatora pokazuje $I_2 = 3{,}6$ A. Valja odrediti mjerenu struju, ako na označnoj pločici transformatora stoji podatak 1000/5 (sl. 23-8).

Prijenos mjernog strujnog transformatora je:

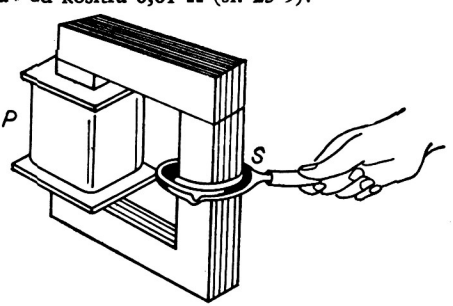
$$p = \frac{1000\ \text{A}}{5\ \text{A}} = 200.$$

Mjerena struja iznosi:

$$I_1 = p \cdot I_2 = 200 \cdot 3{,}6\ \text{A} = 720\ \text{A}.$$

Stezaljka 2 mora biti uzemljena da pri iskapčanju sekundara ne bi mjerni transformator bio opasan za poslužioca. Naime pri iskapčanju sekundara dođe do magnetskog zasićenja jezgre i poraste napon između stezaljki 1 i 2 na nekoliko kV.

17 **Transformator za taljenje priključen je svojim primarnim namotom *P*, koji ima 600 zavoja, na jednofaznu mrežu napona $U_1 = 220$ V. Sekundarni namot *S*, koji ima samo jedan zavoj, tvori kositar. Treba izračunati napon i struju, ako je otpor »zavoja« od kositra 0,01 Ω (sl. 23-9)!**



Slika 23-9

Prijenos transformatora za taljenje iznosi:

$$p = \frac{N_1}{N_2} = \frac{600}{1} = 600.$$

Sekundarni je napon:

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = \frac{1}{600} U_1 = \frac{220\ \text{V}}{600} = 0{,}367\ \text{V}.$$

Struja koja tali kositar iznosi:

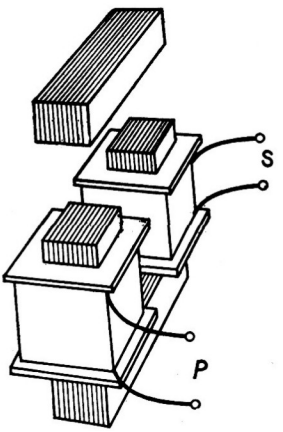
$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{0{,}367\ \text{V}}{0{,}01\ \Omega} = 36{,}7\ \text{A}.$$

(Zašto nije izgorio osigurač pri tako velikoj struji? Osiguračima ne prolazi sekundarna struja $I_2 = 36{,}7$ A, već primarna struja I_1 koja je veoma malena:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \frac{1}{600} 36{,}7\ \text{A} = 0{,}061\ \text{A}.$$

18 Jezgrasti transformator sa 220 V/55 V ima jezgru presjeka $S = 8\ \text{cm}^2$. Pri dopuštenoj maksimalnoj indukciji $B_m = 0{,}8$ T treba izračunati broj zavoja primarnog i sekundarnog namota (sl. 23-10).



Slika 23-10

U primarnom namotu P stvara se napon samoindukcije jednak naponu mreže:

$$U_{i1} = 4{,}44 \cdot \Phi_m \cdot N_1 \cdot f,$$

pa broj zavoja (pri $U_{i1}=U_1$) iznosi:

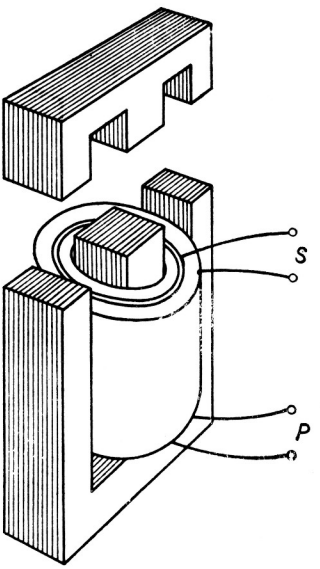
$$N_1=\frac{U_{i1}}{4{,}44\cdot\Phi_m\cdot f}=\frac{U_1}{4{,}44\cdot B_m\cdot S_j\cdot f}$$

$$N_1=\frac{220\text{ V}}{4{,}44\cdot 0{,}8\text{ T}\cdot 0{,}0008\text{ m}^2\cdot 50\text{ Hz}}=1550$$

$$N_2=\frac{U_2}{U_1}N_1=\frac{55\text{ V}}{220\text{ V}}1550=\frac{1}{4}\cdot 1550$$

$$N_2=387{,}5\approx 388.$$

19 Jednofazni transformator s plaštem ima primarni namot sa $N_1=1000$ zavoja, priključen na napon $U_1=220$ V, 50 Hz i sekundarni namot sa $N_2=4000$ zavoja. Jezgra je sastavljena od transformatorskog lima debljine 0,35 mm, a presjek joj je 15 cm². Srednja dužina magnetskog toka iznosi $l=50$ cm (sl. 23-11). Treba izračunati sekundarni napon, magnetski tok i indukciju, gubitke u željezu, struju magnetiziranja, struju gubitaka u željezu i struju praznog hoda.



Slika 23-11

Sekundarni napon iznosi:

$$U_2=\frac{N_2}{N_1}U_1=\frac{4000}{1000}\cdot 220\text{ V}=880\text{ V}.$$

Magnetski tok je:

$$\Phi_m = \frac{U_{i1}}{4{,}44 \cdot N_1 \cdot f} = \frac{220\ \text{V}}{4{,}44 \cdot 1000 \cdot 50\ \text{Hz}}$$

$$\Phi_m = 0{,}00099\ \text{Wb} = 0{,}99\ \text{mWb}.$$

Magnetska indukcija iznosi:

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S_j} = \frac{0{,}00099\ \text{Wb}}{0{,}0015\ \text{m}^2} = 0{,}66\ \text{T}.$$

Gubici u željezu:

Specifični gubici transformatorskog lima 0,35 mm sa 4% silicija (jako legiran) pri indukciji $B = 1$ T iznose $S_1 = 1{,}2$ W/kg. (Specifične gubitke dobit ćemo također iz tablica ili iz dijagrama.) Zato je pri manjoj indukciji $B = 0{,}66$ T, gubitak u 1 kg željeza manji, tj. približno u odnosu 0,66 : 1

$$S_{0,66} = 0{,}66 \cdot S_1 = 0{,}66 \cdot 1{,}2\ \text{W/kg} \approx 0{,}792\ \text{W/kg}$$

(u stvari odnos nije linearan).

Masa je željezne jezgre (uz pretpostavku da presjek jezgre sa strane iznosi polovicu presjeka jezgre u sredini):

$$m = S \cdot l \cdot \rho = 0{,}0015\ \text{m}^2\ 0{,}5\ \text{m} \cdot 7800\ \text{kg/m}^3 = 5{,}85\ \text{kg}.$$

Gubici u željezu:

$$P_ž = 0{,}792\ \frac{\text{W}}{\text{kg}} \cdot 5{,}85\ \text{kg} = 4{,}64\ \text{W}.$$

Struja za pokriće gubitaka u željezu iznosi:

$$I_ž = \frac{P_ž}{U} = \frac{4{,}64\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 0{,}021\ \text{A}.$$

Struju magnetiziranja I_j izračunat ćemo iz magnetskog napona koji je potreban pri stvaranju indukcije $B_m = 0{,}66$ T u željezu i zračnom rasporu $l = 0{,}01$ cm:

$$H_ž \cdot l_ž + H \cdot l = \sqrt{2} \cdot N_1 \cdot I_j$$

($\sqrt{2} \cdot I_j$ je maksimalna vrijednost struje magnetiziranja koja odgovara maksimalnoj vrijednosti indukcije B_m.)

$$I_j = \frac{H_ž \cdot l_ž + H \cdot l}{\sqrt{2} \cdot N_1} = \frac{160\ \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0{,}5\ \text{m} + 5280\ \frac{\text{A}}{\text{cm}} \cdot 0{,}01\ \text{cm}}{\sqrt{2} \cdot 1000}$$

$$I_j = 0{,}094\ \text{A}.$$

($H_z = 160$ Az/m iz krivulje magnetiziranja na sl. 2-2, $B_m = 0{,}66$ T, $H = B/\mu_o = 0{,}66$ T: $(4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m) = 528 000 A/m.

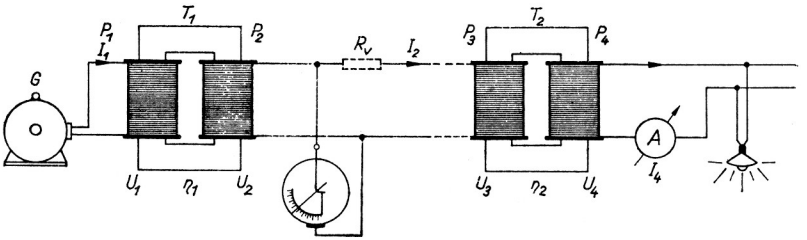
Struja praznog hoda I_o tvori hipotenuzu pravokutnog trokuta

$$I_0^2 = I_j^2 + I_z^2$$

$$I_o = \sqrt{0{,}094^2 + 0{,}021^2}\ \text{A} = 0{,}096\ \text{A}.$$

20 Pri prijenosu električne energije na daljinu izmjeničnom strujom s dva transformatora uzimaju trošila (žarulje) struju $I_4 = 1000$ A pri naponu 220 V. Transformator T_2 kod trošila ima primarni napon $U_3 = 6000$ V, a sekundarni $U_4 = 230$ V pri korisnosti $\eta_2 = 0{,}90$. Transformator T_1 pri generatoru ima primarni napon $U_1 = 400$ V pri korisnosti $\eta_1 = 0{,}95$.

Treba izračunati struju generatora I_1, struju I_2 u dalekovodu, pad napona u dalekovodu, ako je njegov otpor $R_v = 1\,\Omega$, sekundarni napon transformatora T_2, privedenu snagu P_1 i P_3 te snage P_2 i P_4 transformatora! Nadalje usporedite gubitke snage u dalekovodu pri transformaciji i bez nje (sl. 23-12)!



Slika 23-12

(Ne uzimamo u obzir faktor snage; opterećenje je omsko. Na sekundarnoj strani T_1 priključen je elektrostatski voltmetar).

$$\text{Snaga } P_4 = U_4 \cdot I_4 = 230\ \text{V} \cdot 1000\ \text{A} = 230\ \text{kVA} = 230\ \text{kW}.$$

(Žarulje dobivaju napon od 220 V, tj. manji, grubo, za 10 V nego što je napon sekundara transformatora T_2)

Privedena snaga transformatora T_2 iznosi:

$$P_3 = \frac{P_4}{\eta_2} = \frac{230\ \text{kW}}{0{,}9} = 255{,}5\ \text{kW}.$$

Primarna struja I_2 transformatora T_2 je istodobno i sekundarna struja transformatora T_1.

$$I_2 = \frac{P_3}{U_3} = \frac{255\,555\ \text{W}}{6000\ \text{V}} = 42{,}59\ \text{A}.$$

Gubitak napona u dalekovodu iznosi:

$$\Delta U = I_2 \cdot R_v \approx 42{,}6\ \text{A} \cdot 1\ \Omega = 42{,}6\ \text{V}.$$

Sekundarni napon i snaga transformatora T_2 su

$$U_2 = U_3 + \Delta U = 6000\ \text{V} + 42{,}6\ \text{V} = 6042{,}6\ \text{V}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \approx 6042{,}6\ \text{V} \cdot 42{,}59\ \text{A} = 257{,}414\ \text{kVA}.$$

Privedena snaga transformatora T_1 (snaga generatora) je:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{257{,}414\ \text{kW}}{0{,}95} = 270{,}96\ \text{kW}.$$

Struja iz generatora G, odnosno primarna struja transformatora je:

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{270{,}96\ \text{kW}}{400\ \text{V}} = 677{,}74\ \text{A}.$$

Gubitak snage u dalekovodu pri upotrebi transformatora je:

$$\Delta P = R_v \cdot I_2^2 = \Delta U \cdot I_2 = 42{,}6\ \text{V} \cdot 42{,}59\ \text{A}$$

$$\Delta P = 1814{,}76\ \text{VA} = 1{,}81\ \text{kW}.$$

Bez transformatora gubitak snage u dalekovodu iznosio bi:

$$\Delta P' = R_v \cdot I_4^2 = 1\ \Omega \cdot (1000\ \text{A})^2 = 1000\ \text{kW}.$$

(Pomoću transformatora se struja $I_4 = 1000$ A za trošila 23,5 puta smanjila, tj. na vrijednost 42,59 A, pa su se i gubici u dalekovodu smanjili $23{,}5^2 \approx 555$-puta, tj. od vrijednosti 1000 kW na 1,81 kW. Iz primjera je vidljiva nužnost primjene transformatora pri prijenosu električne energije izmjenične struje na daljinu.

Pri ukupnom otporu od 1 Ω i presjeku žice 10 mm² udaljenost je $l = S/\rho = 285$ m. To znači da pri većim udaljenostima i većoj prenesenoj snazi treba transformirati na viši napon.)

21 Generatori jednofazne struje daju za električnu željeznicu napon 15 kV na vozni vod t i tračnice k. Motor M dobiva napon 500 V iz voznog voda preko transformatora T_m. Da struja motora ne bi činila velike padove napona u voznom vodu, na većim udaljenostima od napojne stanice napajaju se određeni sektori voznog voda putem transformatora T_1 i T_2 itd. koji dobivaju napon 60 kV iz transformatora T_G postavljenog u transformatorskoj stanici. Transformatori T_G T_1 i T_2 itd. prenose električku energiju na daljinu prema sl. 23-13.

Treba utvrditi omjere transformacije pojedinih transformatora i struju u pojedinim namotima transformatora, ako je snaga motora 50 kW.

Transformator T_G u stanici je onaj koji povisuje napon, a ima omjer

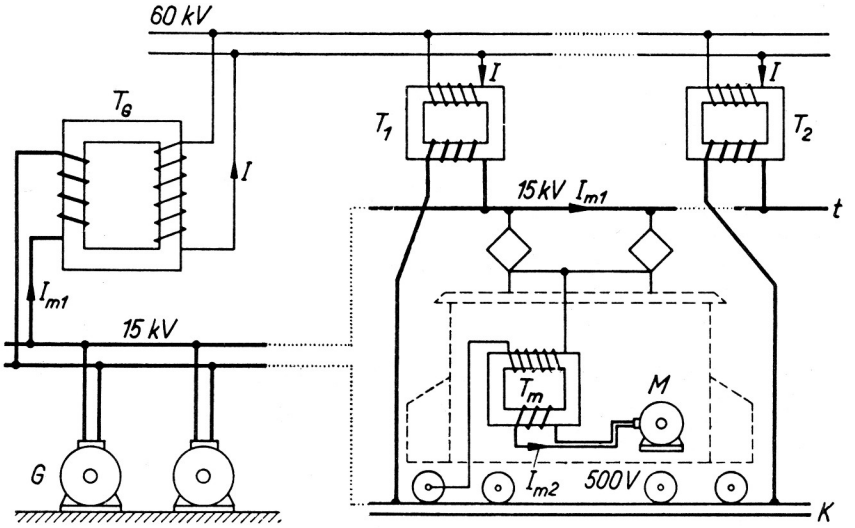
$$\frac{60\ \text{kV}}{15\ \text{kV}} = 4.$$

Transformatori T_1 i T_2 su oni koji snizuju napon, a njihov je omjer transformacije

$$\frac{15\text{ kV}}{60\text{ kV}}=\frac{1}{4}.$$

Transformator za motor T_m je taj koji snizuje napon a ima omjer

$$\frac{500\text{ V}}{15\,000\text{ V}}=\frac{1}{30}.$$



Slika 23-13

Struja motora i sekundarnog namota transformatora T_m je:

$$I_{m_2}=\frac{50\,000\text{ W}}{500\text{ V}}=100\text{ A}.$$

Primarna struja I_{m_1} transformatora T_m je istodobno sekundarna struja transformatora T_1, T_2, tj. to je struja u voznom vodu t

$$I_{m_1}=I_{m_2}\frac{500\text{ V}}{15\,000\text{ V}}=100\text{ A}\,\frac{1}{30}=3{,}33\text{ A}.$$

Primarna struja transformatora T_1 i T_2 je i sekundarna struja I transformatora T_G.

$$I=I_m\,\frac{15\text{ kV}}{60\text{ kV}}=3{,}33\text{ A}\,\frac{1}{4}=0{,}81\text{ A}.$$

(Transformacijom smo dobili u dalekovodu napona 60 kV struju 0,81 A umjesto struje motora 100 A, koja je oko 125 puta veća. Gubici pri struji 0,81 A su oko $125^2 = 15625$-puta manji.)

22 Izračunajte glavne podatke za konstrukciju transformatora snage 1 kVA, koji treba transformirati napon javne niskonaponske mreže na 60 V.

Za danu prividnu snagu odabrat ćemo jednofazni, jezgrasti transformator, prirodno hlađen zrakom. Iz iskustvene relacije aktivni presjek željezne jezgre je:

$$S_j = C\frac{P_p}{c \cdot f} = 7\sqrt{\frac{1000}{2 \cdot 50}} \doteq 23\ \text{cm}^2 \doteq 23 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

(C = konstanta, iznosi 4 do 6 za uljni, 6 do 8 za zračni transformator; c = konstanta, iznosi 1 za jednofazni transformator s plaštem, 2 za jezgrasti a 3 za trofazni transformator!)

Odaberemo li povoljnu gustoću magnetskog toka $B_m = 1$ T, magnetski je tok kod ovog transformatora:

$$\Phi_m = B_m \cdot S = 1 \cdot 23 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}.$$

Iz formule za efektivnu vrijednost induciranog protunapona u primaru koji je, osobito u praznom hodu, gotovo jednak priključnom naponu primara $U_{i1} \doteq U_1 = 220$ V), možemo izračunati broj zavoja primarnog namota:

$$N_1 = \frac{U_1}{4{,}44 \cdot f \cdot \Phi_m} = \frac{220}{4{,}44 \cdot 50 \cdot 23 \cdot 10^{-4}} \doteq 432.$$

Broj zavoja sekundara prema poznatoj formuli je

$$N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1} = 432 \cdot \frac{60}{220} \doteq 118.$$

Odaberimo strujnu gustoću za primar $\mathcal{J}_1 = 2\ \text{A/mm}^2$ a za sekundar $\mathcal{J}_2 = 2{,}5\ \text{A/mm}^2$. Primarnu struju izračunamo iz zadane prividne snage i primarnog napona:

$$I_1 = \frac{P_p}{U_1} = \frac{1000}{220} \doteq 4{,}54\ \text{A}.$$

Struja u sekundarnom namotu iznosi:

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 4{,}54\frac{432}{118} \doteq 16{,}8\ \text{A}.$$

Iz opće jednadžbe za gustoću struje $\mathcal{J}=\frac{I}{S}$ presjek vodiča primarnog namota je:

$$S_1=\frac{I_1}{\mathcal{J}_1}=\frac{4{,}54}{2}=2{,}27\,\text{mm}^2.$$

Presjek vodiča sekundara iznosi:

$$S_2=\frac{I_2}{\mathcal{J}_2}=\frac{16{,}8}{2{,}5}=6{,}72\,\text{mm}^2.$$

Iz geometrijskog odnosa za okrugli presjek, promjer vodiča primara i sekundara su:

$$d_1=\sqrt{\frac{4S_1}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 2{,}27}{3{,}14}}\doteq 1{,}7\,\text{mm i}$$

$$d_2=\sqrt{\frac{4S_2}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot 6{,}72}{3{,}14}}\doteq 2{,}92\,\text{mm}.$$

Sekundar bi mogao biti namotan i od profilne žice 2 mm × 3,35 mm. Primar može biti lakiran ili izoliran pamukom, dok je sekundar izoliran impregniranim pamukom. Pomoću dobivenih dimenzija izoliranih vodiča primara i sekundara može se odabrati visina »prozora«, a nakon određivanja duljine srednjeg zavoja primara i sekundara (s obzirom na opseg prešpanom izolirane jezgre i položaja svitka) i širina »prozora«.

Zadaci

1. Transformator za kućno zvonce daje struju $I_2=200$ mA pri 4 V. Kolika je njegova snaga i kolika je primarna struja pri naponu stezaljki $U_1=220$ V? ($P=0{,}8$ VA; $I_1=3{,}6$ mA.)

2. Transformator ima ovaj broj zavoja: $N_1=880$, $N_2=1200$. Koliki je sekundarni napon U_2 ako je $U_1=220$ V, 50 Hz? Koliki je maksimalni naponski tok i presjek jezgre pri dopuštenoj magnetskoj indukciji $B_m=1$ T? ($U_2=300$ V; $\Phi_m=1{,}126\cdot 10^{-3}$ Wb; $S=\Phi_m/B_m=11{,}3$ cm^2.)

24. Proračun glavnih dimenzija i podataka malih jednofaznih transformatora

Pravila i formule

Osim pravila i formula u predašnjem poglavlju potrebno je koristiti i empiričke formule za izračunavanje podataka, na temelju kojih je moguće konstruirati male jednofazne transformatore, kada se ne traži posebno dobra korisnost, odnosno faktor snage.

Empiričke formule za presjek jezgre su:

$$S/\mathrm{cm}^2 = \sqrt{P/\mathrm{W}} \quad \text{ili} \quad \frac{S}{\mathrm{cm}^2} = C\sqrt{\frac{P/\mathrm{W}}{c \cdot f/\mathrm{Hz}}}.$$

Empirička formula za izračunavanje broja zavoja po 1 voltu je:

$$\frac{N}{1\,\mathrm{V}} = \frac{45}{S/\mathrm{cm}^2}.$$

Vježbe

1 Treba izračunati presjek jezgre i broj zavoja malog transformatora za 220 V/24 V koji treba da dade struju $I_2 = 2$ A! Snaga transformatora će biti!

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = 24\,\mathrm{V} \cdot 2\,\mathrm{A} = 48\,\mathrm{W}.$$

Kod malog transformatora pretpostavljamo malu korisnost $\eta = 70\%$, pa je privedena snaga jednaka:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{48\,\mathrm{W}}{0{,}70} = 69{,}5\,\mathrm{W} \approx 70\,\mathrm{W}.$$

Za izračunavanje presjeka jezgre i broja zavoja koristimo približne empiričke (dobivene praksom) formule.

Presjek željezne jezgre:

$$S/\mathrm{cm}^2 = \sqrt{70\,\mathrm{W}/\mathrm{W}}; \quad S = \sqrt{70}\,\mathrm{cm}^2 = 8{,}4\,\mathrm{cm}^2 \approx 9\,\mathrm{cm}^2.$$

Broj zavoja N na 1 volt

$$\frac{N}{1\text{ V}}=\frac{45}{S/\text{cm}^2}=\frac{46}{9\text{ cm}^2/\text{cm}^2}\cdot;\quad N/1\text{ V}=5.$$

Sekundarni namot će imati

$$N_2=U_2\cdot N/\text{V}=24\text{ V}\cdot 5/\text{V}=120\text{ zavoja.}$$

Primarni namot će imati:

$$N_1=220\text{ V}\cdot 5/\text{V}=1100\text{ zavoja.}$$

2 Treba odrediti glavne podatke malog transformatora za 220 V/6,3 V/4 V predviđenog za žarenje elektronki u radio-prijemniku!

Transformator ima dva sekundarna namota: jedan za 6,3 V i ukupnu struju $I_2=3$ A i drugi za 4 V i struju $I_3=1$ A. Snaga $P_2=6{,}3\text{ V}\cdot 3\text{ A}+4\text{ V}\cdot 1\text{ A}=18{,}9\text{ W}+$ $+4\text{ W}\approx 23\text{ W}$.

Iz mreže transformator uzima snagu P_1 koja sadržava i gubitke, pa je zato ta snaga veća od snage P_2. Pretpostavimo da je korisnost transformatora 70%.

Privedena snaga $P_1=P_2:\eta=23\text{ W}:0{,}7=33\text{ W}$.

Presjek srednjeg stupa jezgre transformatora s plaštem prema približnoj formuli, iznosi:

$S_j=\sqrt{P}=\sqrt{33}=5{,}7\text{ cm}^2$. Presjek jezgre jednak je, približno, 6 cm².

Broj zavoja na 1 volt prema formuli

$$N/1\text{ V}=45;\ S_j=45:6=7{,}5\text{ zavoja/V.}$$

Prvi sekundarni namot treba da ima:

$$N_2=N/1\text{ V}\cdot 6{,}3\text{ V}=7{,}5\cdot 6{,}3=48\text{ zavoja.}$$

Drugi sekundarni namot treba da ima:

$$N_3=N/1\text{ V}\cdot 4\text{ V}=7{,}5\cdot 4=30\text{ zavoja.}$$

Primarni namot ima:

$$N_1=N/1\text{ V}\cdot 220\text{ V}=7{,}5\cdot 220=1650\text{ zavoja.}$$

(S obzirom na pad napona u namotu trebalo bi za 5% povisiti broj zavoja u sekundaru (N_2, N_3) i 5% sniziti N_1 u primaru)

Ono glavno iz jednostavnog proračuna već imamo: presjek jezgre i broj zavoja u tri namota. Treba još odrediti dimenzije limova koje su zadane veličinom namota. Na sl. 24-1 je nacrt oblika i dimenzija jezgre s plaštom, gdje je presjek jezgre $S=a\cdot b$, debljina $e=a:2$, a prozor $c\cdot d$ zadan je namotom.

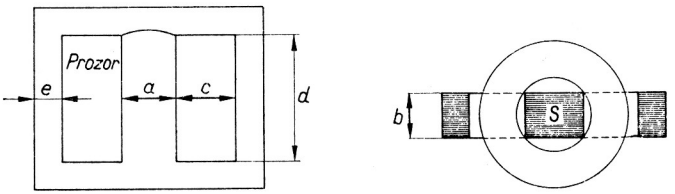
Prozor $c\cdot d$ jednak je trostrukom presjeku namota koji je zadan zbrojem umnožaka iz broja zavoja i dvostrukog promjera zavoja. Prozor je grubo određen brojem i presjekom zavoja i izolacijom.

Presjek i promjer žice namota zadan je s dopuštenim opterećenjem 2A/mm² i dopuštenom jakošću struje.

Za primarnu struju $I_1 = P/U_1 = 23\ \text{W}/220\ \text{V} = 0{,}105$ A izlazi iz tablice promjer $d_1 = 0{,}3$ mm.

Za $I_2 = 3$A izlazi promjer bakrene žice $d_2 = 1{,}44$ mm.

Za $I_3 = 1$ A izlazi promjer bakrene žice $d_3 = 0{,}8$ mm.



Slika 24-1

Prozorčić $c \cdot d = 3\,(N_1 \cdot d_1^2 + N_2 \cdot d_2^2 + N_3 \cdot d_3^2)$

$c \cdot d = 3\,(1650 \cdot 0{,}3^2 + 48 \cdot 1{,}4^2 + 30 \cdot 0{,}8^2)$

$c \cdot d = 3\,(148{,}5 + 94 + 19{,}2) = 8\ \text{cm}^2.$

Ako odaberemo $c = 2$ cm, bit će $d = 4$ cm. Ove dimenzije su zadane veličinom limova koji su standardizirane.

3 Odredite podatke za transformator snage 500 VA za mrežu 220 V; na sekundarnoj strani neka ima namot za napon 1100 V koji je potreban za dijatermiju (električki aparat za liječenje). Presjek željezne jezgre izračunat ćemo iz formule:

$$S_j = C\sqrt{\frac{P}{c \cdot f}}.$$

P = snaga u w a f je frekvencija mreže u Hz, $f = 50$ Hz. C je konstanta (4 do 6 za uljni, 6 do 8 za zračni transformator); c je konstanta ($c = 1$ za jednofazni transformator s plaštem, $c = 2$ za jezgrasti $c = 3$ za trofazni).

U našem slučaju bit će presjek željezne jezgre:

$$S_j = 7\sqrt{\frac{500}{2 \cdot 50}} = 7\sqrt{5} = 7 \cdot 2{,}2 = 15{,}5\ \text{cm}^2.$$

S obzirom na izolaciju između limova bit će presjek za 10% veći, tj. približno $S_o = 17$ cm².

Za mali transformator presjek jezgre je obično četverokutan.

Za mali transformator do 1000 VA = 1 kVA odabere se indukcija $B = 1{,}1$ T i gustoća struje u namotu $J = 1{,}2$ A/mm².

Ukupni magnetski tok jednak je:

$$\Phi = S \cdot B = 0{,}00155\ \text{m}^2 \cdot 1{,}1\ \text{T} = 1{,}705 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}.$$

Iz poznate formule za inducirani napon transformatora (približno napon stezaljki) $U_{i1} = U_1 = 4{,}44\ \Phi \cdot f \cdot N_1$ možemo izračunati broj zavoja na primarnoj strani. Nakon uvrštenja dobit ćemo:

$$N_1 = 220\ \text{V} : (4{,}44 \cdot 1{,}705 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} \cdot 50\ \text{Hz}) = 582\ \text{zavoja}.$$

Za sekundarni broj zavoja vrijedi ista jednadžba, ali N_2 ćemo izračunati pomoću omjera transformacije $p = U_1 : U_2 = N_1 : N_2$

$$p = 220\ \text{V} : 1100\ \text{V} = 582 : N_2.$$

Napon na sekundarnoj strani je 5-puta viši pa će imati

$$N_2 = 5 \cdot 582 = 2910\ \text{zavoja}.$$

Broj zavoja može biti manji, ali u tom slučaju presjek jezgre mora biti veći od 15,5 cm² (željezna jezgra). Dužinu jezgre izračunati ćemo iz dopuštenog strujnog opterećenja jezgre ($H = 100$ A/cm).

$$H \cdot L = N_1\ I_1.$$

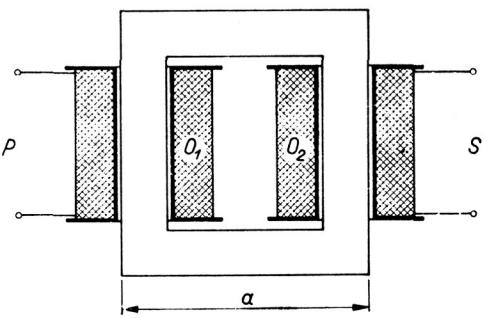
Iz toga slijedi

$$L = N_1 \cdot I_1 : H.$$

Primarna struja iznosi:

$$I_1 = P : U_1 = 500\ \text{VA} : 220\ \text{V} = 2{,}27\ \text{A}$$

$$L = 582 \cdot 2{,}27\ \text{A} : 100\ \text{A/cm} = 13{,}25\ \text{cm}.$$



Slika 24-2

Proračun transformatora je na taj način završen. Znamo presjek jezgre $S_o = 17\ \text{cm}^2 = 4 \cdot 4{,}25\ \text{cm}^2$, dužinu jezgre L, primarni i sekundarni broj zavoja N_1 i N_2.

Presjek žice na primarnoj strani iznosi:

$$S_1 = I_1/J = 2{,}27 \text{ A}/1{,}2 \text{ A/cm}^2 = 1{,}89 \text{ mm}^2, \text{ tj.}$$

približno $S_1 = 2$ mm².

Sekundarna struja je $I_2 = P/U_2 = 500 \text{ W}/1100 \text{ V} = 0{,}45$ A. Presjek sekundarnog vodiča $S_2 = I_2/J = 0{,}45 \text{ A}/(1{,}2 \text{ A/mm}^2) = 0{,}38 \text{ mm}^2$.

Treba još saznati presjek namota O_1 i O_2 (sl. 24-2) da bismo mogli odrediti dimenzije prozora $a \cdot L$.

Polovica površine presjeka, tj. $O_1 + O_2 = N_1 S_1 + N_2 S_2 = 582 \cdot 2 \text{ mm}^2 + 2910 \cdot 0{,}38 \text{ mm}^2 = 22{,}70 \text{ cm}^2$.

Ta površina je u stvari veća za izolaciju žice, za raspor između vodiča i za debljinu izolacionih papira između redova sekundarnog namota s visokim naponom. Ako k tome pribrojimo zračne raspore (praznine) između namota i željeza, dobit ćemo površinu prozorčića $a \cdot L$.

Ove pridodatne površine čine oko 60% od površine $O_1 + O_2$, pa za površinu 22,70 cm² (1+60%) izlazi, grubo, površina prozorčića

$$a \cdot L = 36 \text{ cm}^2.$$

Iz toga slijedi širina prozorčića koja je, grubo, 36 cm²; $L = 3$ cm.

To nam je u stvari dovoljno da odredimo dimenzije nosača namota iz papira i dimenzije limova za magnetski krug.

(Postupak proračuna možemo koristiti za jednofazni ali i za trofazni transformator do snage 1000 VA!).

PRORAČUN VODOVA

25. Izračunavanje električnih veličina pri jednofaznoj struji

Pravila i formule

Otpor voda kod izmjenične struje ne sastoji se samo od omskog otpora. Oko vodiča kojima teče struja svara se magnetsko polje, pa i vodovi imaju osim omskog i induktivni otpor. Za razliku od pada napona kod istosmjerne struje nastaje ovdje pad napona ne samo u omskom već i u induktivnom otporu. Ovdje ćemo padom napona nazivati umnožak struje i odnosnog otpora pa razlikujemo:

omski pad napona: $\Delta U_R = I \cdot R$,
induktivni pad napona: $\Delta U_L = I \cdot X_L$,
ukupni pad napona: $\Delta U_Z = I \cdot Z$,

gdje je R omski, X_L induktivni, a Z prividni otpor voda. Ukupni pad napona ΔU_Z dobi se iz ΔU_R i ΔU_L pomoću posve jednake konstrukcije pomoću koje se prividni otpor Z dobi iz R i X_L tj.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

Razlika napona na početku i napona na kraju voda istosmjerne struje jednaka je ukupnom padu napona u vodu. Za izmjeničnu struju tome nije tako zbog faznog pomaka između pojedinih napona. Tu razliku napona na početku i napona na kraju voda izmjenične struje nazivat ćemo *gubitak napona* i označivat ćemo je sa ΔU. Gubitak napona je redovito manji od ukupnog pada napona, a može mu biti najviše jednak. (Gubitak napona u vodu istosmjerne struje, tj. razlika napona na početku i kraju voda, i pad napona, tj. umnožak struje i otpora, uvijek su jednaki.)

Ako je, na primjer, napon na početku voda $U_1 = 220\,\text{V}$, a na kraju voda $U_2 = 210\,\text{V}$, gubitak napona iznosi:

$$\Delta U = U_1 - U_2 = 220 - 210 = 10\,\text{V}.$$

Nas interesira uvijek ta razlika napona na početku i napona na kraju voda, dakle gubitak napona, a ne pad napona. Izračunavanje gubitka napona nešto je malo složenije pa ćemo ovdje pokazati samo postupak u najjednostavnijim slučajevima.

Izračunavanje gubitka napona najjednostavije je tamo gdje se induktivni otpor voda može zanemariti. *Induktivni otpor voda je to veći što je razmak između vodiča veći i što je presjek vodiča manji.* Ako je razmak između vodiča vrlo malen, kao u kabelima i u izoliranim vodovima instalacija u zgradama, induktivni otpor je malen pa se može zanemariti. Za takve se vodove gubitak napona može izračunati po formuli:

$$\Delta U = I R \cos \varphi.$$

U kućnim instalacijama gdje su trošila samo žarulje i elektrotoplinske naprave opterećenje je praktički posve neinduktivno pa je $\cos \varphi = 1$. Gubitak napona za takve kućne instalacije izračunava se, prema tome posve jednako kao za vodove istosmjerne struje, tj. prema formuli $\Delta U = I R$ (vidi svezak prvi ovog djela!). Kako se gubitak napona računa za induktivno opterećenje, najbolje ćemo razabrati na vježbama.

Vježbe

1 Jednofazni motor od 1,5 kW, 220 V, $\eta = 0{,}75$ i $\cos \varphi = 0{,}77$ treba biti priključen izoliranim vodom položenim u cijevi, dugačkim 50 m. Koliko treba iznositi presjek vodiča ako je vod osiguran pomoću tromih rastalnih osigurača, a gubitak napona ne smije iznositi više od 3%?

Motor uzima iz mreže snagu:

$$P = \frac{1{,}5}{0{,}75} = 2\,\text{kW}.$$

Struju možemo izračunati iz formule:

$$P = U I \cos \varphi,$$

odakle je

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{2000}{220 \cdot 0{,}77} = 11{,}8\,\text{A}.$$

Prema tablici 1 (prvi svezak ovog djela!) treba uzeti osigurače za 15 A, a tome odgovaraju bakreni vodiči od 2,5 mm². Njihov otpor iznosi:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}0178 \cdot 2 \cdot 50}{2{,}5} = 0{,}72\,\Omega.$$

Gubitak napona iznosi dakle:

$$\Delta U = I R \cos\varphi = 11{,}8 \cdot 0{,}72 \cdot 0{,}77 = 6{,}54\,\text{V},$$

ili u postocima

$$\Delta U\% = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{6{,}54}{220} \cdot 100 = 3{,}0\%.$$

Presjek odabran s obzirom na ugrijavanje odgovara dakle i s obzirom na gubitak napona.

2 Jednofazni motor iz vježbe 1 treba biti priključen nadzemnim vodom dugačkim 1 km. Koliki treba biti presjek vodiča ako je dopušteni gubitak napona 6%? Vodiči neka su od bakra.

Prije rješavanja moramo istaknuti da se induktivni otpor *nadzemnih vodova* ne može zanemariti jer je razmak između vodiča čak i vodova niskog napona toliki da induktivni otpor utječe na gubitak napona. Račun je za takve vodove nešto kompliciraniji, ali se zato možemo poslužiti pomoćnom tablicom. Uz upotrebu te tablice računamo tako kao da nema induktivnog otpora, a dobiveni gubitak napona treba samo pomnožiti s odnosnim brojem u tablici.

Tablica za proračun gubitka napona u nadzemnim vodovima niskog napona

Tablica uzima u obzir induktivni otpor voda, a izračunata je za srednji razmak vodiča 50 cm, ali vrijedi vrlo približno i za razmak vodiča 40 do 60 cm.

Presjek vodiča mm²	$\cos\varphi = 0{,}9$		$\cos\varphi = 0{,}8$		$\cos\varphi = 0{,}7$		$\cos\varphi = 0{,}6$	
	Cu	Al	Cu	Al	Cu	Al	Cu	Al
6	1,06	–	1,10	–	1,13	–	1,17	–
10	1,10	–	1,15	–	1,21	–	1,27	–
16	1,15	1,09	1,23	1,14	1,31	1,20	1,41	1,26
25	1,22	1,14	1,34	1,21	1,46	1,29	1,60	1,37
35	1,30	1,18	1,46	1,29	1,63	1,39	1,82	1,51
50	1,41	1,26	1,64	1,40	1,87	1,54	2,14	1,71
70	1,54	1,34	1,84	1,52	2,14	1,71	2,49	1,92
95	1,73	1,45	2,13	1,70	2,53	1,96	3,00	2,25

Sada možemo pristupiti rješavanju. Struja, kako smo izračunali već u vježbi 1, iznosi $I = 11{,}8$ A. Presjek moramo za prvi račun odabrati prema

iskustvu. Uzimamo da nemamo iskustva pa da odaberemo najmanji dopušteni presjek za nadzemni vod $S = 6\,\text{mm}^2$. Otpor iznosi:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}001\,78 \cdot 2 \cdot 1000}{6} = 6{,}0\,\Omega.$$

Gubitak napona bez obzira na induktivitet voda iznosi:

$$\Delta U' = I R \cos\varphi = 11{,}8 \cdot 6{,}0 \cdot 0{,}77 = 54{,}5\,\text{V}.$$

Iz tablice dobimo za presjek $6\,\text{mm}^2$ i $\cos\varphi = 0{,}8$, broj 1,10 a za $\cos\varphi = 0{,}7$ broj 1,13. Za $\cos\varphi = 0{,}77$ bit će dakle približno 1,11. Tim brojem moramo pomnožiti izračunati gubitak napona da uzmemo u obzir induktivni otpor voda:

$$\Delta U = 54{,}5 \cdot 1{,}11 = 60{,}5\,\text{V}.$$

To u postocima iznosi:

$$\Delta U\% = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{60{,}5}{220} \cdot 100 = 27{,}5\%.$$

Vodiči bi dakle bili suviše tanki jer bi gubitak napona iznosio $27{,}5 : 6 = 4{,}6$ puta više od dopuštenog. 4,6 puta veći presjek iznosio bi $4{,}6 \cdot 6 = 27{,}6\,\text{mm}^2$. Ne smijemo uzeti najbliži presjek $25\,\text{mm}^2$ jer je za njega, kako se iz tablice vidi, utjecaj induktivnog otpora veći nego za $6\,\text{mm}^2$. Treba dakle uzeti presjek $35\,\text{mm}^2$ što daje:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}001\,78 \cdot 2 \cdot 1000}{35} = 1{,}03\,\Omega.$$

$$\Delta U' = I \cdot R \cos\varphi = 11{,}8 \cdot 1{,}03 \cdot 0{,}77 = 9{,}3\,\text{V}.$$

Iz tablice dobimo za $35\,\text{mm}^2$ i $\cos\varphi = 0{,}8$ broj 1,46, a za $\cos\varphi = 0{,}7$ broj 1,63. Za $\cos\varphi = 0{,}77$ bit će približno 1,51.

$$\Delta U = 9{,}3 \cdot 1{,}51 = 14{,}1\,\text{V},$$

$$\Delta U\% = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{14{,}1}{220} \cdot 100 = 6{,}4\%.$$

Kako vidimo, čak i uz presjek $35\,\text{mm}^2$ gubitak napona prelazi 6%. Ako dakle ne bismo nikako htjeli dopustiti gubitak napona veći od 6%, morali bismo uzeti još veći presjek, dakle $50\,\text{mm}^2$.

Zadaci

1. Koliki gubitak napona nastaje u vodu presjeka 2,5 mm², duljine 15 m, na kraju kojega je priključena električna grijalica od 2 kW? Napon na kraju voda iznosi 220 V. Vod je izoliran, pod žbukom, vodiči su od bakra. Struja je izmjenična ($\cos\varphi = 1$, pa je $I = 9{,}1$ A, R voda je $0{,}216\,\Omega$, $\Delta U = 0{,}9\%$, odnosno $\Delta U = 1{,}97$ V.)

2. Koliki mora biti presjek vodiča nadzemnog voda izmjenične struje kojim se dovodi električna energija do trošila koje uz napon 220 V uzima 3,8 kW, ako je $\cos\varphi = 0{,}8$? Vod je dugačak 350 m, vodiči su od bakra, a gubitak napona ne smije biti veći od 8%. ($I = 21{,}6$ A, uzmimo presjek $S = 16$ mm², izlazi otpor $R = 0{,}788\,\Omega$, $\Delta U' = 13{,}6$ V. Prema tablici za $S = 16$ mm² i $\cos\varphi = 0{,}8$ dobijemo da $\Delta U'$ treba pomnožiti sa 1,23. $\Delta U = 16{,}7$ V, $\Delta U\% = 7{,}7\%$, dakle presjek od 16 mm² zadovoljava).

26. Izračunavanje električnih veličina za trofaznu struju

Pravila i formule

Pad i gubitak napona računaju se na jednak način i za trofaznu struju, uz neke promjene u formuli za izračunavanje. Taj se način može upotrijebiti samo za *simetrično* ili *približno simetrično opterećenje*. Za nesimetrično opterećenje proračun gubitaka napona je suviše složen pa se u njega ovdje nećemo upuštati.

Gubitak napona za trofaznu struju i simetrično opterećenje računa se prema formuli:

$$\Delta U = \sqrt{3} \cdot I \cdot R \cdot \cos\varphi = 1{,}73\, I R \cos\varphi.$$

To vrijedi za vodove bez znatnijeg induktivnog otpora. Za vodove za koje treba uzeti u obzir induktivitet treba dobiveni rezultat pomnožiti brojevima koji se dobiju iz tablice u poglavlju 25. Gubitak napona u postocima računa se, kao i za jednofazne vodove, prema formuli:

$$\Delta U\% = \frac{\Delta U}{U_l} \cdot 100,$$

gdje je U_l *linijski napon.*

Treba još upozoriti kako se izračunava otpor R. On se i ovdje računa po formuli:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S},$$

ali za l treba uvrstiti samo *jednostruku* duljinu, a ne kao za jednofazne vodove duljinu »tamo i natrag«. Navedeni način izračunavanja vrijedi naime samo za simetrično opterećenje, a kad je vod tako opterećen, ne teče u neutralnom vodiču (ako ga uopće ima) nikakva struja. *Gubitak snage* u trofaznom sustavu jednak je zbroju gubitaka snage u tri jednofazna sustava, od kojih se taj trofazni sistem sastoji. Ako je opterećenje simetrično, jest:

$$\Delta P = 3 \cdot I^2 \cdot R,$$

$$\Delta P\% = \frac{\Delta P}{P} \cdot 100.$$

Vježbe

1 Trofazni motor za 380 V, 30 kW, $\eta = 88\%$, $\cos\varphi = 0{,}87$ treba priključiti na transformator pomoću nadzemnog voda dugačkog 300 m, ali tako da gubitak napona ne prijeđe 6%.

Motor uzima snagu:

$$P_p = \frac{P}{\eta} = \frac{30}{0{,}88} = 34\,\text{kW}.$$

Struju izračunamo iz formule:

$$P_p = 1{,}73\, U_l I \cos\varphi,$$

$$I = \frac{P_p}{1{,}73\, U_l \cos\varphi} = \frac{34\,000}{1{,}73 \cdot 380 \cdot 0{,}87} = 59\,\text{A}.$$

Prema toj struji odaberimo presjek $S = 25\,\text{mm}^2$ Cu. Otpor iznosi:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{0{,}0178 \cdot 300}{25} = 0{,}21\,\Omega.$$

Gubitak napona iznosi:

$$\Delta U' = 1{,}73\, I R \cos\varphi = 1{,}73 \cdot 59 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}87 = 18{,}6\,\text{V}.$$

Kako je motor priključen nadzemnim vodom, treba uzeti u obzir induktivni otpor pomoću tablice iz poglavlja 25. Iz te tablice dobijemo:

za $\cos\varphi = 0{,}80$ broj 1,34,
za $\cos\varphi = 0{,}90$ broj 1,22.

Za $\cos\varphi = 0{,}87$ iznosit će taj broj približno 1,26. Gubitak napona je dakle:

$$\Delta U = 18{,}6 \cdot 1{,}26 = 23{,}4\,\text{V},$$

što u postocima iznosi:

$$\Delta U\% = \frac{\Delta U}{U_l} \cdot 100 = \frac{23{,}4}{380} \cdot 100 = 6{,}15\%.$$

Dakle rezultat je gotovo u granicama zadanog. Mogli bismo ostaviti **odabrani** presjek, a mogli bismo uzeti i veći tj. 35 mm².

2 Koliki treba biti presjek vodiča nekog nadzemnog voda od **10 kV, ako** njime treba prenijeti 100 kW na 10 km daljine uz $\cos\varphi = 0{,}8$, **a gubitak** snage ne smije biti veći od 7%. Vodiči su iz bakra?

Struju izračunamo iz formule:

$$P = 1{,}73 \cdot I \cdot U \cos\varphi,$$

$$I = \frac{P}{1{,}73\, U \cos\varphi} = \frac{100\,000}{1{,}73 \cdot 10\,000 \cdot 0{,}8} = 7{,}23\ \text{A}.$$

Gubitak snage u vatima smije iznositi najviše:

$$\Delta P = 0{,}07\, P = 0{,}07 \cdot 100 = 7\ \text{kW}.$$

Gubitak snage izračunava se po formuli:

$$\Delta P = 3 \cdot I^2 \cdot R,$$

iz koje možemo izračunati R:

$$R = \frac{\Delta P}{3 \cdot I^2} = \frac{7000}{3 \cdot 7{,}23^2} = 44{,}6\ \Omega,$$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S};$$

$$S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0{,}0178 \cdot 10\,000}{44{,}6} = 4{,}03\ \text{mm}^2.$$

Ipak treba iz razloga mehaničke čvrstoće za presjek voda visokog **napona** uzeti barem 10 mm². Obično se, s obzirom na porast opterećenja u **budućnosti**, uzima bakreno uže presjeka barem 16 mm².

Zadaci

1. Trofaznim nadzemnim vodom, dugačkim 600 m dovodi se **električna** energija do skupine žarulja za rasvjetu igrališta. Ukupna jakost žarulja iznosi 16 kW. Koliki je gubitak napona u tom vodu ako je napon na kraju voda

380/220 V, a presjek vodiča 50 mm². Vodiči su od bakra. Žarulje su na pojedine faze spojene tako da je opterećenje simetrično. ($\cos\varphi$ za žarulje je 1, $I = 24{,}3$ A.) $R = 0{,}216\,\Omega$, $\Delta U = 9{,}1$ V, $\Delta U\% = 2{,}4\%$.

2. Koliki je gubitak napona i gubitak snage u nadzemnom vodu kojim se električna energija dovodi do potrošača kojemu uz napon 380/220 V treba 11 kW uz $\cos\varphi = 0{,}75$? Vod je dugačak 750 m, presjek bakrenih vodiča iznosi 35 mm². ($I = 22{,}3$ A, $R = 0{,}386\,\Omega$, $\Delta U' = 11{,}2$ V. Iz tablice dobimo za $S = 35$ mm² i $\cos\varphi = 0{,}75$ broj 1,57; $\Delta U = 17{,}6$ V, $\Delta U\% = 4{,}6\%$.)

LITERATURA

H. Hübscher, Osnove elektrotehnike, IRO Tehnička knjiga, Zagreb, 1981.
T. Jelaković, Uvod u elektrotehniku i elektroniku, Tehnička knjiga, Zagreb, 1967.
D. Kaiser, Elektrotehnika – osnovi, Tehnička knjiga, Zagreb, 1970.
V. Klepl, Základy elektrotechniky v příkladech, SNTL, Praha, 1970.
H. Lindner, Elektro-Aufgaben, VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 1981.
H. Meluzin, Elektrotehnika na lak način, IRO Tehnička knjiga, Zagreb, 1986.
H. Meluzin, Názorna elektrotechnika I, II, III, SVTL, Bratislava, 1967.
V. Pinter, Osnovi elektrotehnike I i II, IRO Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.

PRVI PUT U JUGOSLAVIJI

U PRODAJI

H. Meluzin: Elektrotehnika na lak način u 1054 pitanja i odgovora te 1009 slika

Format: 17 × 24 cm, tvrdo ukoričeno, plastificirano, 512 stranica.
Sadrži: Osnove elektrotehnike, kućne instalacije, osvjetljenje, razvodna postrojenja, električne strojeve, električne željeznice, elektromotorne pogone itd.

Knjiga je rješenjem Republičkog komiteta za prosvjetu, kulturu, fizičku i tehničku kulturu odobrena za upotrebu u školama kao literatura za usmjereno obrazovanje u elektrotehničkoj struci i u ostalim strukama u kojima se izučava predmet elektrotehnika.

U PRIPREMI

H. Meluzin: Vježbe i zadaci iz elektronike

Iz sadržaja: Otpornici, kondenzatori, zavojnice; Poluvodičke diode; Tranzistori; Elektronke; Rezonantni krugovi; Ispravljači i stabilizatori; Sklopni i regulacijski krugovi s tiristorom; Pojačala; Oscilatori; Modulacija i miješanje; Radiotehnika; Televizijska tehnika; Antene i visokofrekventni vodovi; Impulsna tehnika; Elektroakustika; Telefonija; Releji; Akumulator u dojavnoj tehnici.

Narudžbe i predbilježbe prima:

IRO Tehnička knjiga, Prodajni odjel
41000 Zagreb, Branimirova 25
Tel. 431-315.

PRVI PUT U JUGOSLAVIJI

ZAGREB